

Přednášky

část 5

Statistické metody vyhodnocování dat

Milan Růžička

milan.ruzicka@fs.cvut.cz

Statistické metody vyhodnocování dat

- Jak velké rozptyly lze očekávat mezi dosaženými pevnostmi nebo životnostmi částí konstrukce?
- Jaká je pravděpodobnost vzniku statické poruchy při zatížení součásti na danou úroveň napětí?
- Jaká je pravděpodobnost vzniku poruchy v důsledku únavy materiálu po absolvování zvoleného počtu kmitů (nebo hodin provozu) a pro dané zatížení součásti?
- Jakou míru rizika mají případná tvrzení, že po absolvování určitého počtu kmitů je pravděpodobnost porušení konstrukce stále dostatečně malá?
- Jak lze získat tzv. bezpečné únavové křivky, kterým lze přiřadit konkrétní hodnotu pravděpodobnosti porušení?
- Jak souvisí volba velikosti součinitele bezpečnosti s rizikem možného vzniku poruchy?
- Jak se statisticky významně od sebe odlišují dva soubory dat (např. výsledků zkoušek), případně lze je považovat za jeden stejný soubor?
- Které parametry jednoznačně popisují stochastický zatěžovací proces?
- Jakým způsobem lze simulovat stochastické zatížení při zkouškách?

Chyby měření (únavového experimentu):

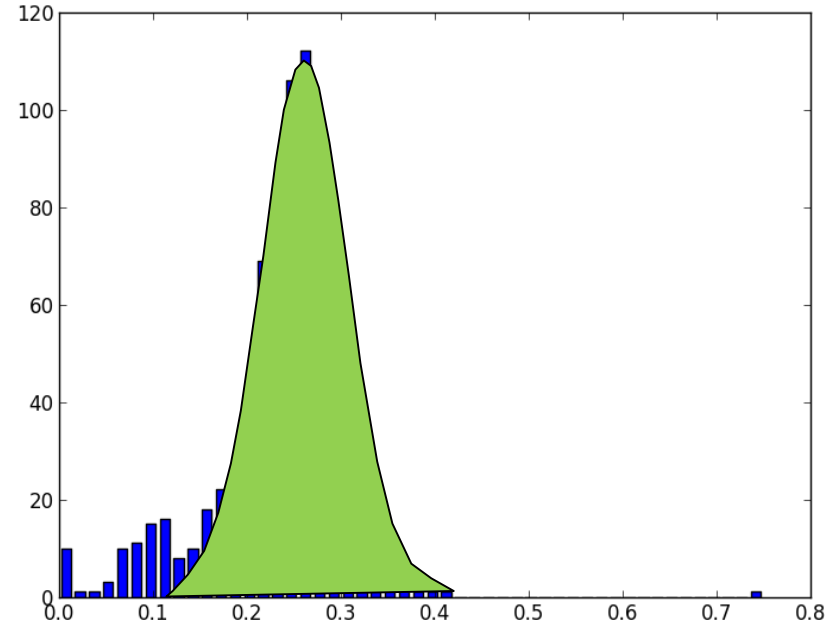
- **hrubé** (je to chyba měření nebo vada materiálu ??)
- **systematické** (je správná kalibrace stroje?)
- **náhodné** (zvolit vhodný model statist. rozdělení)

Základní pojmy a vztahy

náhodná veličina: veličina, která může nabývat různé hodnoty, jež se ale řídí určitými zákonitostmi

histogram četnosti: diagram zobrazující četnost výskytu náhodné veličiny v určitém malém intervalu jejich hodnot

model statistického rozdělení:



Základní pojmy a vztahy

náhodná veličina: veličina, která může nabývat různé hodnoty, jež se ale řídí určitými zákonitostmi

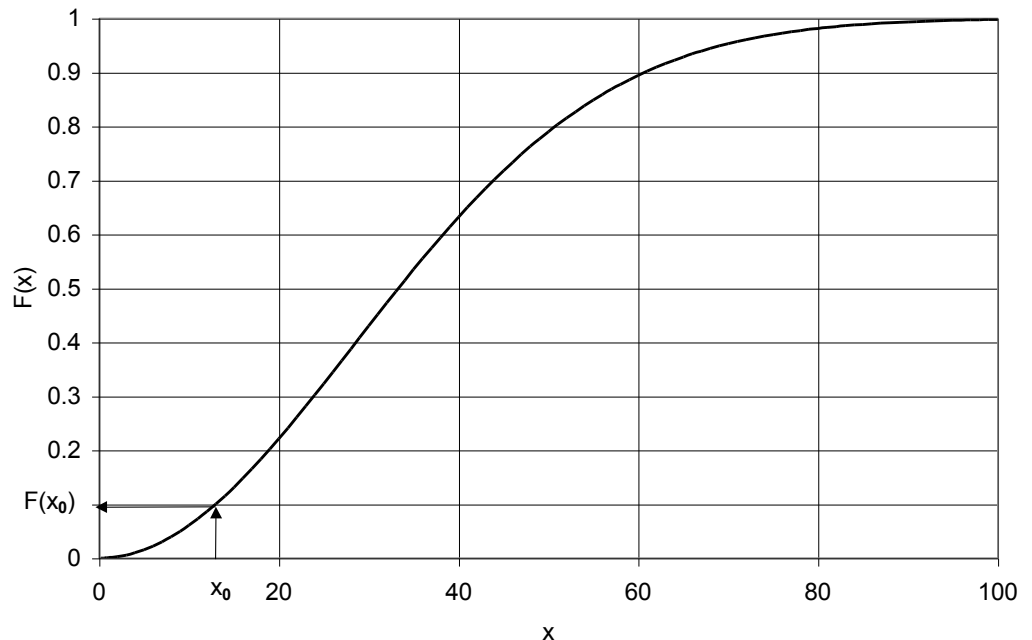
distribuční funkce $F(x)$: každému reálnému číslu x_0 přiřazuje pravděpodobnost P , že náhodná veličina x bude mít hodnotu menší či rovnu než toto reálné číslo x_0 .

$$F(x) = P(x \leq x_0)$$

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$$



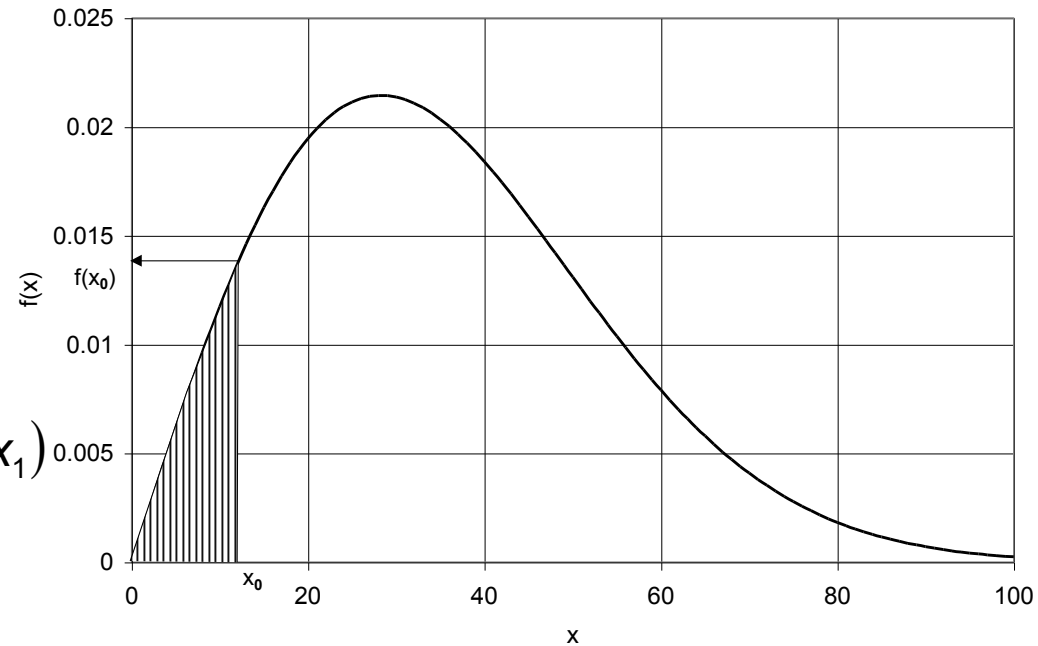
Základní pojmy a vztahy

hustota pravděpodobnosti:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = F(x_2) - F(x_1)$$



Centrální momenty

každé rozdělení náhodné veličiny lze charakterizovat několika čísly, tzv. *charakteristikami*; nejužívanějšími charakteristikami jsou *centrální momenty* (k -tého řádu):

$$\mu_k(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x) dx \quad k = 1$$

$$\mu_k(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - \mu_1(x)]^k f(x) dx \quad k > 1$$

střední hodnota: centr. moment prvního řádu

$$\mu(x) \equiv \mu_1(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

rozptyl: centr. moment druhého řádu

$$S^2(x) = \mu^2(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - \mu_1(x)]^2 f(x) dx$$

šikmost: centr. moment třetího řádu

špičatost: centr. moment čtvrtého řádu

$$S(x) = \sqrt{S^2(x)}$$

směrodatná odchylka

$$v(x) = \frac{S(x)}{\mu(x)} \cdot 100\%$$

variační součinitel

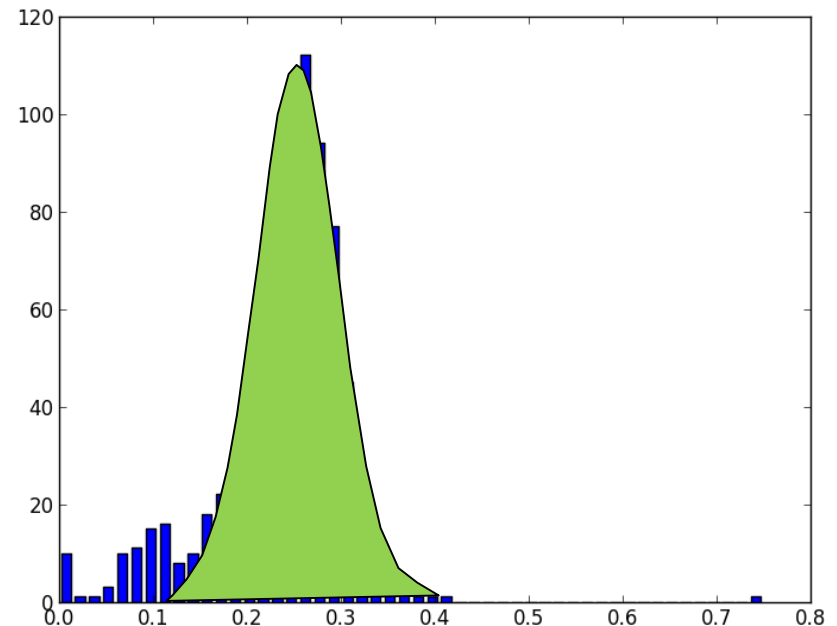
Druhy rozdělení

- Normální (Gaussovo)
- Logaritmicko-normální (log-normální)
- Studentovo
- „Chí“-kvadrát
- Weibullovo
- Exponenciální
- Maxwelllovo
- Fisherovo
- rovnoměrné

Gaussovo **normální** rozdělení náhodné veličiny

- je to **model** rozdělení
- časté použití v technické praxi
- náhodný proces je tvořen součtem různých nezávislých vlivů
- velký počet vlivů
- každý vliv má pouze malý příspěvek

$$f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2S^2}}$$
$$F(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2S^2}} dx$$



Gaussovo **normální** rozdělení náhodné veličiny

normovaná náhodná veličina:

$$u = \frac{x - \mu}{S}$$

normovaný tvar distribuční funkce:

$$\Phi(u) = P(u \leq u_p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u_p} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

kvantil:

$$u_p = \frac{x_p - \mu}{S}$$
$$x_p = \mu + S \cdot u_p$$

MS Excel:

=NORM.S.DIST(A1;A1)

=NORM.S.INV(A1)

$u_p \rightarrow P$

$P \rightarrow u_p$

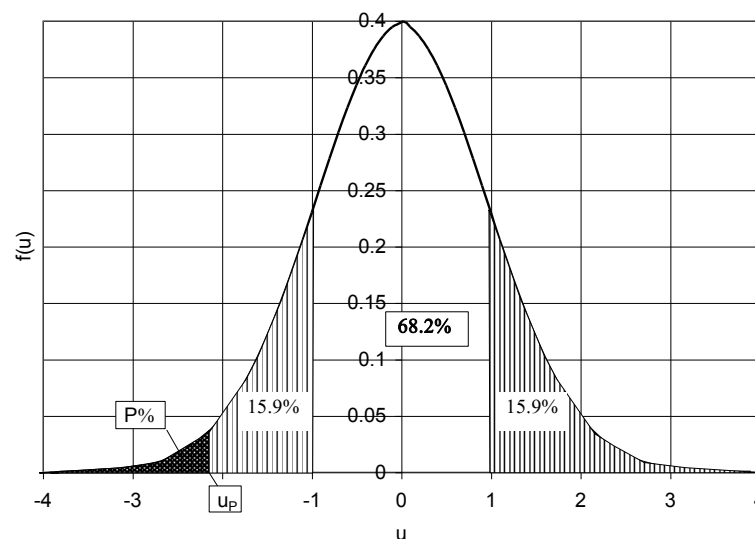
u normálního rozdělení leží v oblasti:

$\pm 1S$ 68,2 %,

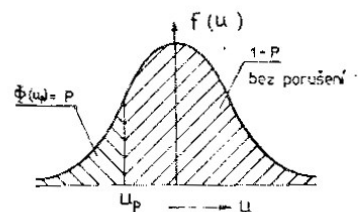
$\pm 2S$ 95,5 %,

$\pm 3S$ 99,7 %

výsledků



Kvantil u_p	P	1-P	Kvantil u_p	P	1-P
0,000	0,500	0,500	-2,054	0,020	0,98
-0,1	0,4602	0,5398	-2,1	0,0179	0,9821
-0,126	0,450	0,55	-2,170	0,0150	0,985
-0,2	0,4207	0,5793	-2,2	0,0139	0,9861
-0,253	0,400	0,60	-2,3	0,0107	0,9893
-0,3	0,3821	0,6179	-2,326	0,0100	0,99
-0,385	0,350	0,65	-2,4	0,0082	0,9918
-0,4	0,3446	0,6554	-2,409	0,0080	0,992
-0,5	0,3085	0,6915	-2,5	0,0062	0,9938
-0,524	0,300	0,70	-2,576	0,0050	0,995
-0,6	0,2743	0,7257	-2,6	0,0047	0,9953
-0,674	0,250	0,75	-2,652	0,0040	0,996
-0,7	0,242	0,7580	-2,7	0,0035	0,9965
-0,8	0,2119	0,7881	-2,748	0,0030	0,997
-0,842	0,200	0,80	-2,8	0,0026	0,9974
-0,9	0,1841	0,8159	-2,878	0,0020	0,998
-1,0	0,1587	0,8413	-2,9	0,0019	0,9981
-1,036	0,150	0,85	-3,0	0,0014	0,9986
-1,1	0,1357	0,8643	-3,090	0,0010	0,9990
-1,2	0,1151	0,8849	-3,291	0,00050	0,9995
-1,282	0,100	0,90	-3,5	0,00020	0,9998
-1,3	0,0868	0,9132	-3,719	0,00010	0,9999
-1,4	0,0608	0,9392	-3,891	0,00005	0,99995
-1,5	0,0668	0,9332	-4,265	0,00001	0,99999
-1,6	0,0548	0,9452	-4,417	0,000005	0,999995
-1,645	0,0500	0,95	-4,753	0,000001	0,999999
-1,7	0,0446	0,9554	-4,892	0,0000005	0,9999995
-1,751	0,0400	0,96	-5,199	0,0000001	0,9999999
-1,8	0,0359	0,9641	-5,327	0,00000005	0,99999995
-1,881	0,0300	0,97	-5,612	0,00000001	0,99999999
-2,0	0,0228	0,9772	-5,731	0,000000005	0,999999995
			-5,998	0,000000001	0,999999999



P 4.1 Kvantily u_p normálního rozložení normované náhodné

$$\text{velikiny } U = \frac{X - \mu}{s}$$

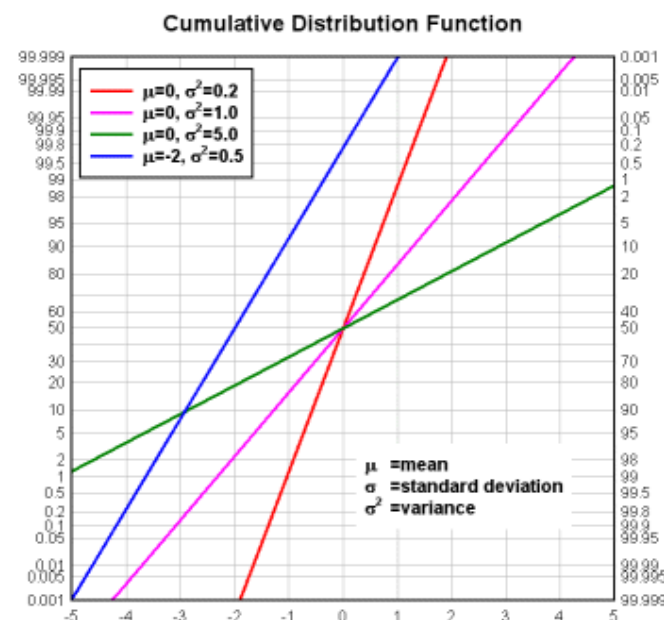
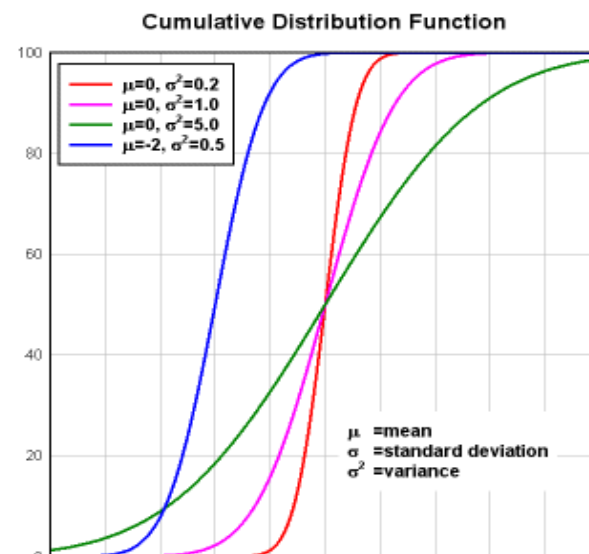
Pravděpodobnostní papír

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

inverzní funkce

$$u_{F(x)} = \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) = \Phi^{-1}[F(x)]$$

tento kvantil je lineární
funkcí náhodné proměnné,
distribuční funkce je tak
zobrazena jako **přímka** a
nikoli jako křivka

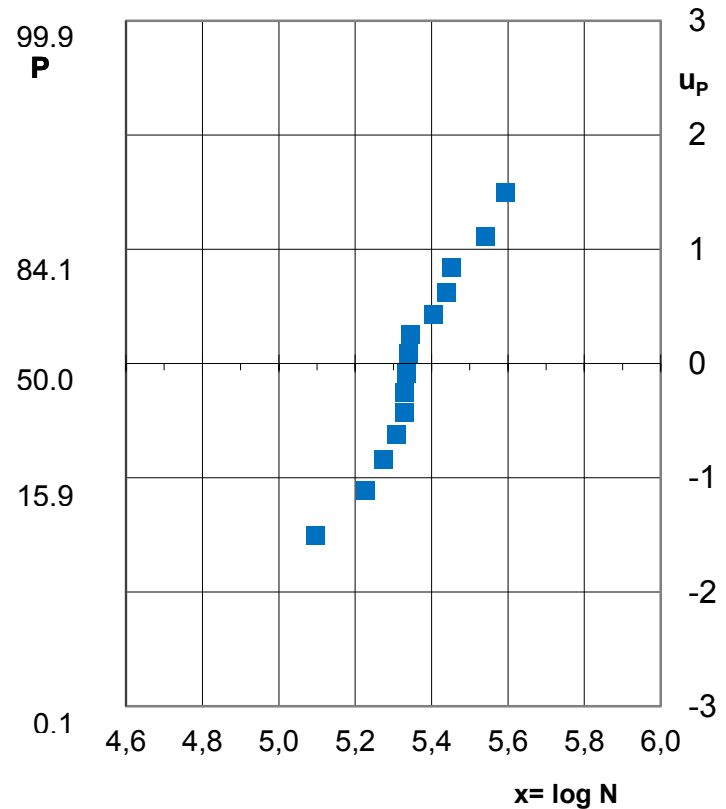


Pravděpodobnostní papír

Definujme pořadovou
pravděpodobnost

$$P_i = \left(\frac{i}{n+1} \right)$$

- Zobrazíme experimentální body do P- papíru
- Aproximujeme modelem rozdělení (linearizace)
- Určíme parametry modelu

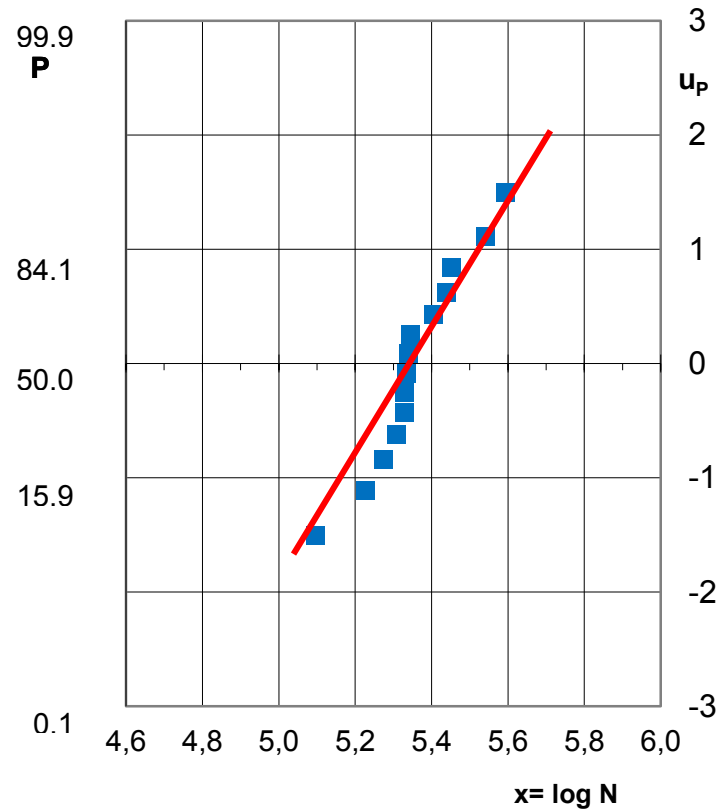


Pravděpodobnostní papír

Definujme pořadovou
pravděpodobnost

$$P_i = \left(\frac{i}{n+1} \right)$$

- Zobrazíme experimentální body do P- papíru
- Aproximujeme modelem rozdělení (linearizace)
- Určíme parametry modelu



Logaritmicko-normální rozdělení náhodné veličiny

- je to **model** rozdělení, **snaha využít výhodné vlastnosti normálního rozdělení pro veličiny které sice rozdělení normální nemají, ale vhodnou transformací je na normální lze převést)**
- časté použití v technické praxi (rozdělení doby do opotřebení výrobku, prostojů při opravách apod., plocha říčních rýžovišťových ložisek, propustnost sedimentárních hornin)
- náhodný proces je tvořen součinem různých nezávislých vlivů
- velký počet vlivů, každý vliv má malý příspěvek

$$f(x) = \frac{M}{Sx\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2S^2}}$$
$$F(x) = \frac{M}{S\sqrt{2\pi}} \int_0^{10^x} \frac{1}{x} e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2S^2}} dx$$
$$M = \frac{1}{\log 10}$$

jiný pravděpodobnostní papír

$$u_{F(x)} = \Phi^{-1}[F(x)] = \left(\frac{\log x - \mu}{S} \right)$$

nebo Gaussův (normální) pro

$$x = \log N$$

Studentovo rozdělení

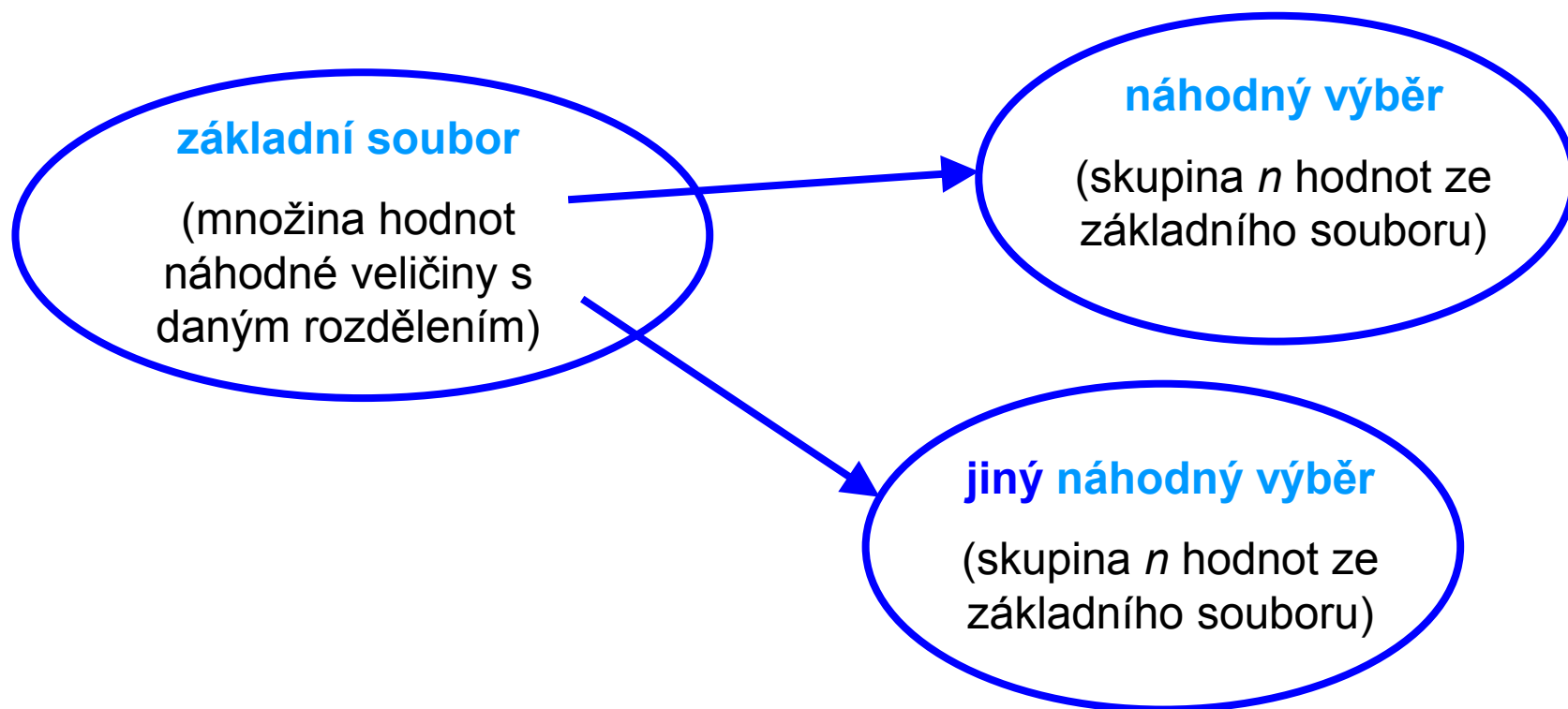
$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{\pi n}} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$$

$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} e^{-c} c^{m-1} dc$$

„Chí“-kvadrát rozdělení

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \dots x \leq 0 \\ \frac{1}{2^{n/2} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{n/2-1} e^{-x/2} & \dots x > 0 \end{cases}$$

Základní soubor vs. náhodný výběr



Statistické zkoumání

Popisná statistika – je znám celý statistický soubor a pomocí statistických metod jsou charakterizovány skutečnosti, které již nastaly. Statistický soubor je konečný a jedinečný.

Statistická indukce – pracuje se souborem údajů, které tvoří zpravidla jen malou část základního souboru, jehož hodnoty čekají na svoji realizaci. Úkolem tedy je vyjádřit skutečnost, která teprve nastane, nebo skutečnost, která již nastala, ale která může být pozorována pouze částečně. Základním předpokladem induktivních přístupů je, že část základního souboru, se kterou se pracuje, je reprezentativním vzorkem – **náhodným výběrem**.

Statistický odhad

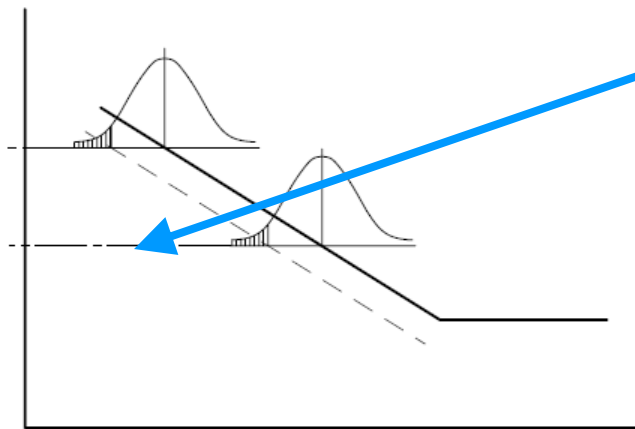
Bodový odhad – odhad charakteristiky rozdělení náhodné veličiny (neznámého čísla) výběrovou charakteristikou (známým vypočteným číslem). Výběrová charakteristika, která představuje bodový odhad je náhodnou veličinou, a proto se její hodnoty při opakovaném odhadování liší od odhadované charakteristiky a výrok o přesnosti odhadu je nejistý. Bodové odhady musí mít určité vlastnosti, podle nichž lze posoudit vhodnost použití dané veličiny k odhadu charakteristiky. Protože k odhadu lze použít zpravidla různé výběrové charakteristiky, je třeba stanovit kritéria pro jejich volbu.

Intervalový odhad – odhad charakteristiky rozdělení náhodné veličiny, při němž kromě čísla, kterým se charakteristika odhaduje, udává ještě přesnost a spolehlivost této přesnosti. Jinými slovy, určuje se interval (konfidenční interval), který s předem zvolenou pravděpodobností (konfidenční koeficient, hladina spolehlivosti) zahrnuje hodnotu neznámé charakteristiky rozdělení náhodné veličiny.

Př.: Únavová zkouška

Při statistickém zjišťování Wöhlerovy křivky se zkouší na každé zvolené hladině napětí daný počet vzorků, vyhodnocením podle navrženého modelu rozdělení – Gaussovo normální rozdělení pro $\log(N)$ – lze získat Wöhlerovu křivku pro danou pravděpodobnost P porušení.

U: Zpracovat statisticky výsledky zkoušky na hladině $\sigma_i = 65$ MPa.



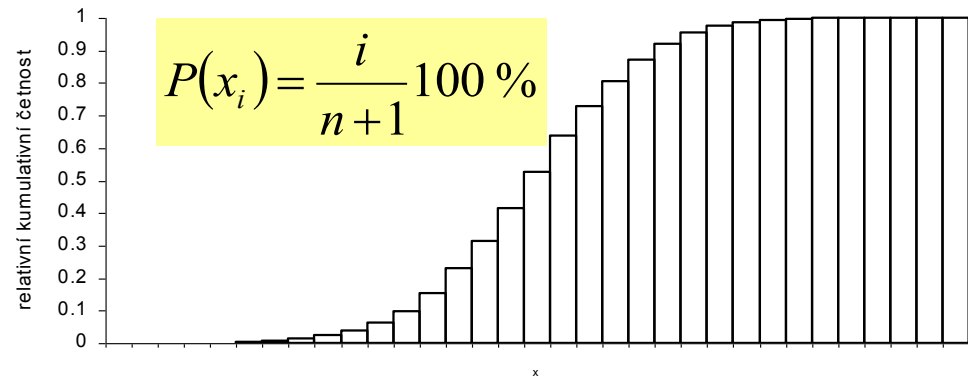
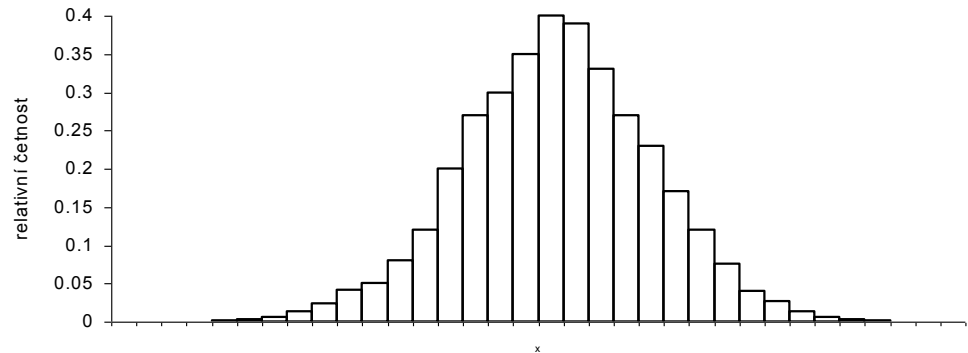
D: zkoušeno $n=14$ vzorků do poruchy

Vzorek	1	2	3	4	5	6	7
$N \times 10^3$ [-]	219,2	203,0	124,4	213,4	283,8	221,0	274,0
Vzorek	8	9	10	11	12	13	14
$N \times 10^3$ [-]	391,2	168,7	213,4	254,0	346,6	187,2	215,7

Data z příkladu jsou vlastně náhodným výběrem 14 vzorků z daleko širšího základního souboru všech možností!

Relativní četnost a rel. kumulativní četnost

i	$X_i = N_i \times 10^3$ [-]	$x_i = \log(N_i)$ [-]	P [%]
1	124,4	5,095	6,67
2	168,7	5,227	13,33
3	187,2	5,272	20,00
4	203,0	5,307	26,67
5	213,4	5,329	33,33
6	213,4	5,329	40,00
7	215,7	5,334	46,67
8	219,2	5,341	53,33
9	221,0	5,344	60,00
10	254,0	5,405	66,67
11	274,0	5,438	73,33
12	283,8	5,453	80,00
13	346,6	5,540	86,67
14	391,2	5,592	93,33

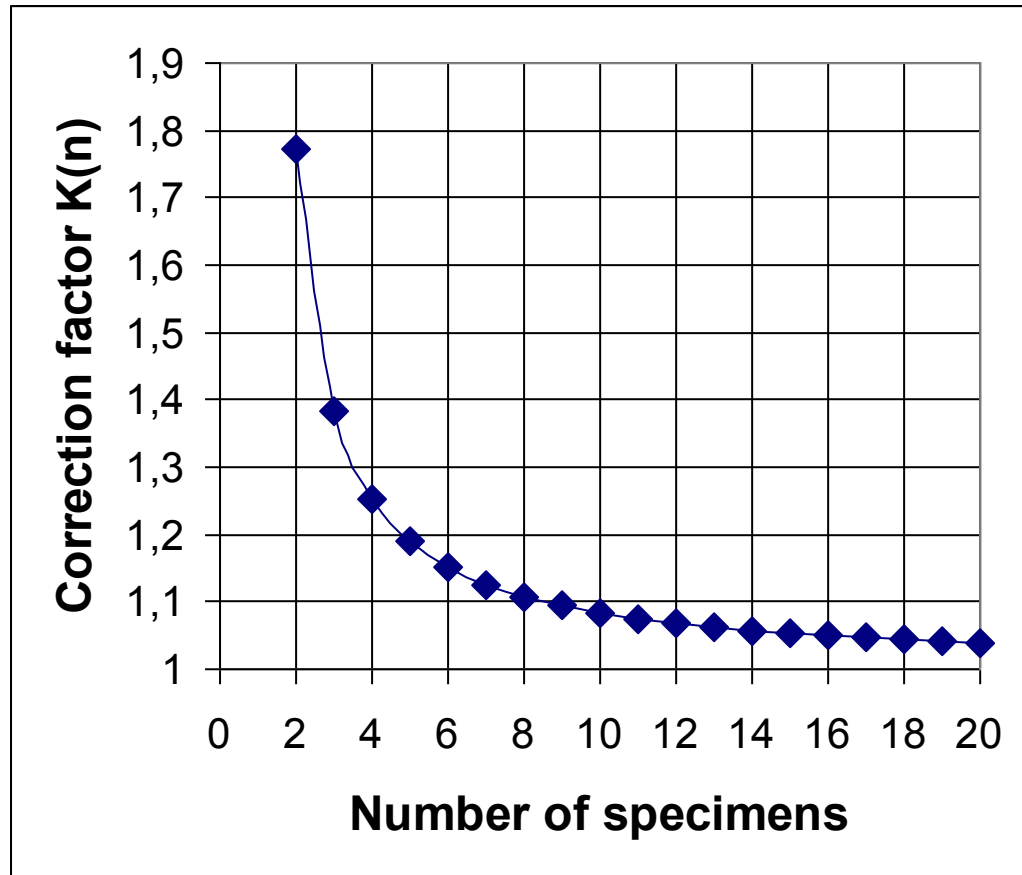


N_i [kC] = X_i náhodná proměnná, $\log(N_i) = x_i$ transformovaná náhodná proměnná,
 $P(x_i)$ pořadová pravděpodobnost (udává poměrnou část výběru mající hodnoty menší než daná hodnota x_i).

Bodový odhad (odhad = značení stříškou)

Název	Vzorec	Hodnota
Výběrový aritmetický průměr	$\bar{x} = \overline{\log(N)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	5,358
Výběrový geometrický průměr	$\bar{x}_{geom} = \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}}$	5,356
Medián	$m = x_{(k)}, \quad k = \frac{n+1}{2} \text{ pro } n \text{ liché};$ $m = \frac{x_{(k)} + x_{(k+1)}}{2}, \quad k = \frac{n}{2} \text{ pro } n \text{ sudé}$	5,338
Modus	Nejčastější hodnota	5,329
Výběrový rozptyl	$\hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$	0,0157
Výběrová směrodatná odchylka	$\hat{S} = K \sqrt{\hat{S}^2} \quad K(n-1=13)=1,019$	0,128
Výběrový variační součinitel	$\hat{v} = \frac{\hat{S}}{\bar{x}}$	0,024

$$\hat{S} = K \cdot \sqrt{\hat{S}^2}$$



Intervalový odhad střední hodnoty

Hladina spolehlivosti α : pravděpodobnost s jakou je očekáváno, že určovaný parametr rozdělení se bude vyskytovat ve vypočteném intervalu (v technice 95 %, 90 % i 97,5 %)

pro příklad

Riziko: $\beta=1-\alpha$

Intervalový odhad střední hodnoty normálního rozdělení je založen na skutečnosti, že náhodná proměnná t podléhá Studentovu rozdělení s **(n-1) stupni volnosti**, tj. $n^\circ_v=13$ ve výrazu pro St. rozdělení a intervalový odhad.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\hat{S} / \sqrt{n}}$$

výběrový odhad střední hodnoty

skutečná střední hodnota

Intervalový odhad střední hodnoty

Užijeme Studentovo rozdělení

MS EXCEL: =TINV(0.1;13)

$$P\left(-t_{\alpha} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\hat{S}} \sqrt{n} \leq +t_{\alpha}\right) = \alpha$$

$$\bar{x} - t_{\alpha} \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha} \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} = 5,358$$

$$\hat{S} = 0,128$$

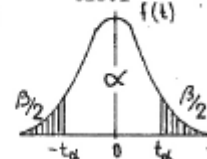
$$(n-1)^{\circ} = 13^{\circ}$$

$$t_{\alpha} = 1,77$$

$$5,297 \leq \mu \leq 5,418$$

$$198190 \leq \bar{N} \leq 261944$$

stupňů volnosti n	$\alpha = 0,90$ P=0,95	$\alpha = 0,95$ P=0,975	$\alpha = 0,98$ P=0,99	K
1	6,314	12,706	31,821	1,253
2	2,920	4,303	6,965	1,128
3	2,353	3,182	4,541	1,085
4	2,132	2,776	3,747	1,064
5	2,015	2,571	3,365	1,051
6	1,943	2,447	3,143	1,042
7	1,895	2,365	2,998	1,036
8	1,860	2,306	2,896	1,032
9	1,833	2,262	2,821	1,028
10	1,812	2,228	2,764	1,025
11	1,796	2,201	2,716	1,023
12	1,782	2,179	2,681	1,021
13	1,771	2,160	2,650	1,019
14	1,761	2,145	2,624	1,018
15	1,753	2,131	2,602	1,017
16	1,746	2,120	2,583	1,016
17	1,740	2,110	2,567	1,015
18	1,734	2,101	2,552	1,014
19	1,729	2,093	2,539	1,013
20	1,725	2,086	2,528	1,012
21	1,721	2,080	2,518	1,012
22	1,717	2,074	2,508	1,011
23	1,714	2,069	2,500	1,011
24	1,711	2,064	2,492	1,010
25	1,708	2,060	2,485	1,010



Intervalový odhad rozptylu

Užijeme „Chí“-kvadrát rozdělení

$$\chi^2 = (n-1) \frac{\hat{S}^2}{S^2}$$

$$\hat{S}^2 \frac{n-1}{\chi^2_{(n-1), (1-\beta/2)}} \leq S^2 \leq \hat{S}^2 \frac{n-1}{\chi^2_{(n-1), (\beta/2)}}$$

$$\hat{S}^2 = 0,0157$$

$$n-1 = 13$$

$$\chi^2_{(14-1), (1-0,05/2)} = 23,36$$

$$\chi^2_{(14-1), (0,05/2)} = 5,89$$

$$0,0091 \leq S^2 \leq 0,0347$$

$$0,095 \leq S \leq 0,186$$

Nelze přepočítat na cykly

MS EXCEL: =CHIINV(0.05;13)

MS EXCEL: =CHIINV(0.95;13)

χ^2 P n	0,010	0,025	0,050	0,950	0,975	0,990
4	0,297	0,484	0,711	9,49	11,1	13,3
5	0,554	0,831	1,145	11,07	12,83	15,09
6	0,872	1,24	1,64	12,59	14,45	16,81
7	1,24	1,69	2,17	14,07	16,01	18,48
8	1,65	2,18	2,73	15,51	17,54	20,10
9	2,09	2,70	3,33	16,92	19,02	21,67
10	2,55	3,25	3,94	18,31	20,48	23,21
11	3,05	3,82	4,58	19,68	21,92	24,73
12	3,57	4,40	5,23	21,03	23,34	26,22
13	4,11	5,01	5,89	22,36	24,74	27,69
14	4,66	5,63	6,57	23,69	26,12	29,14
15	5,23	6,26	7,26	24,99	27,47	30,58
16	5,81	6,91	7,96	26,30	28,85	32,00
18	7,02	8,23	9,39	28,87	31,53	34,81
20	8,26	9,59	10,85	31,41	34,17	37,57
23	10,20	11,69	13,09	35,17	38,08	41,64
25	11,52	13,12	14,61	37,65	40,65	44,31

Dolní interval spolehlivosti

z příkladu je možné určit: $x_P = \bar{x} + u_P \hat{S}$

nutné rozšířit o informaci, jak je spolehlivý:

$$x_{P,\beta} = \bar{x} + k_{P,\beta}(u_P, u_\beta) \hat{S}$$

$$k_{P,\beta} = \frac{u_P + u_\beta \sqrt{\frac{1}{n} \left[1 - \frac{u_\beta^2}{2(n-1)} \right] + \frac{u_P^2}{2(n-1)}}}{1 - \frac{u_\beta^2}{2(n-1)}}$$

Určení bezpečného únavového života

$$\bar{x}_{\log} = \overline{\log N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log N_i$$

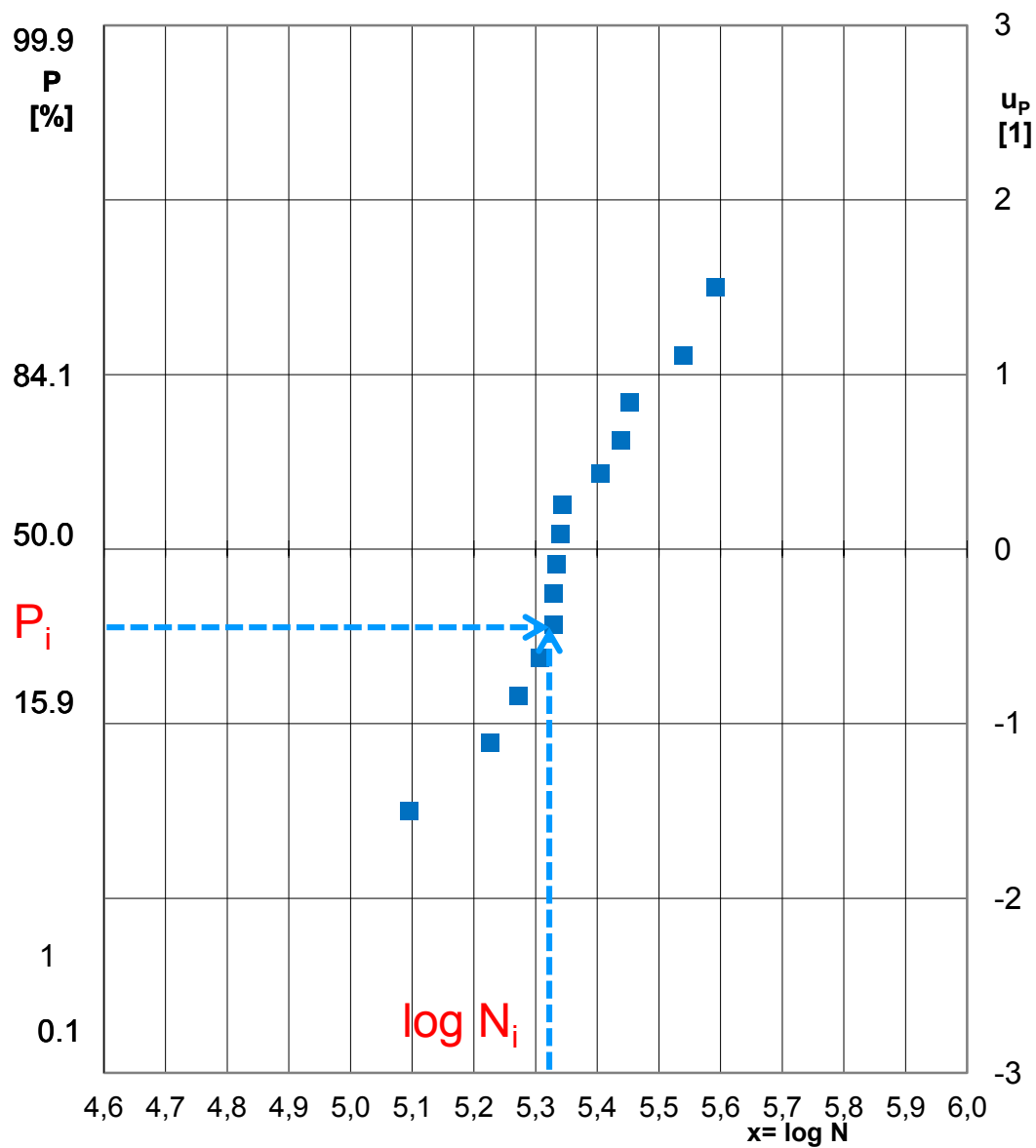
$$\hat{S}_{\log}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\log N_i - \overline{\log N})^2 =$$

$$\hat{S}_{\log} = K \sqrt{\hat{S}_{\log}^2} =$$

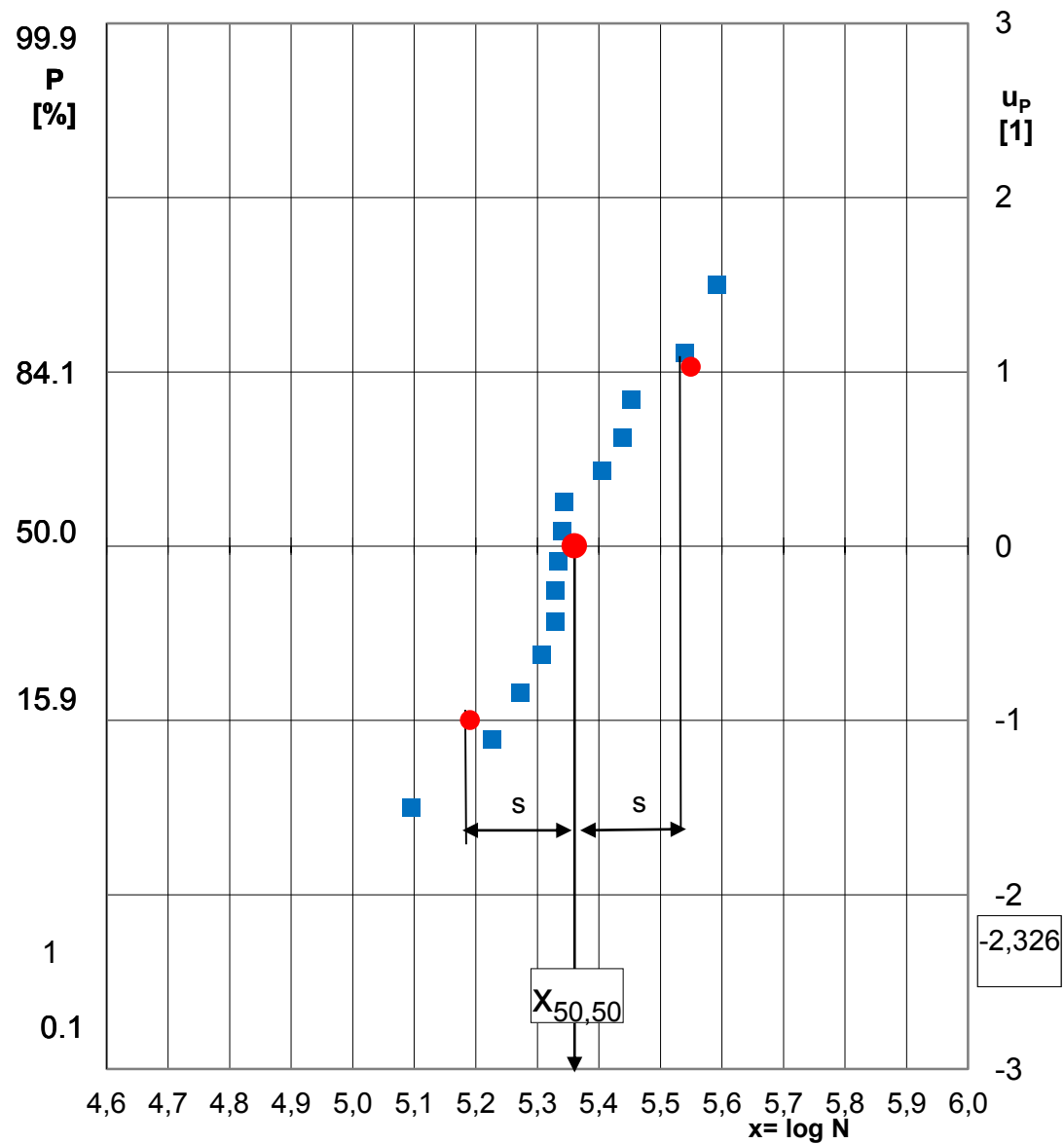
$$\log N_p = \overline{\log N} + u_p \hat{S}_{\log} =$$

$$\log N_{p,\beta} = \overline{\log N} + k_{p,\beta}(u_p, u_\beta) \hat{S}_{\log} =$$

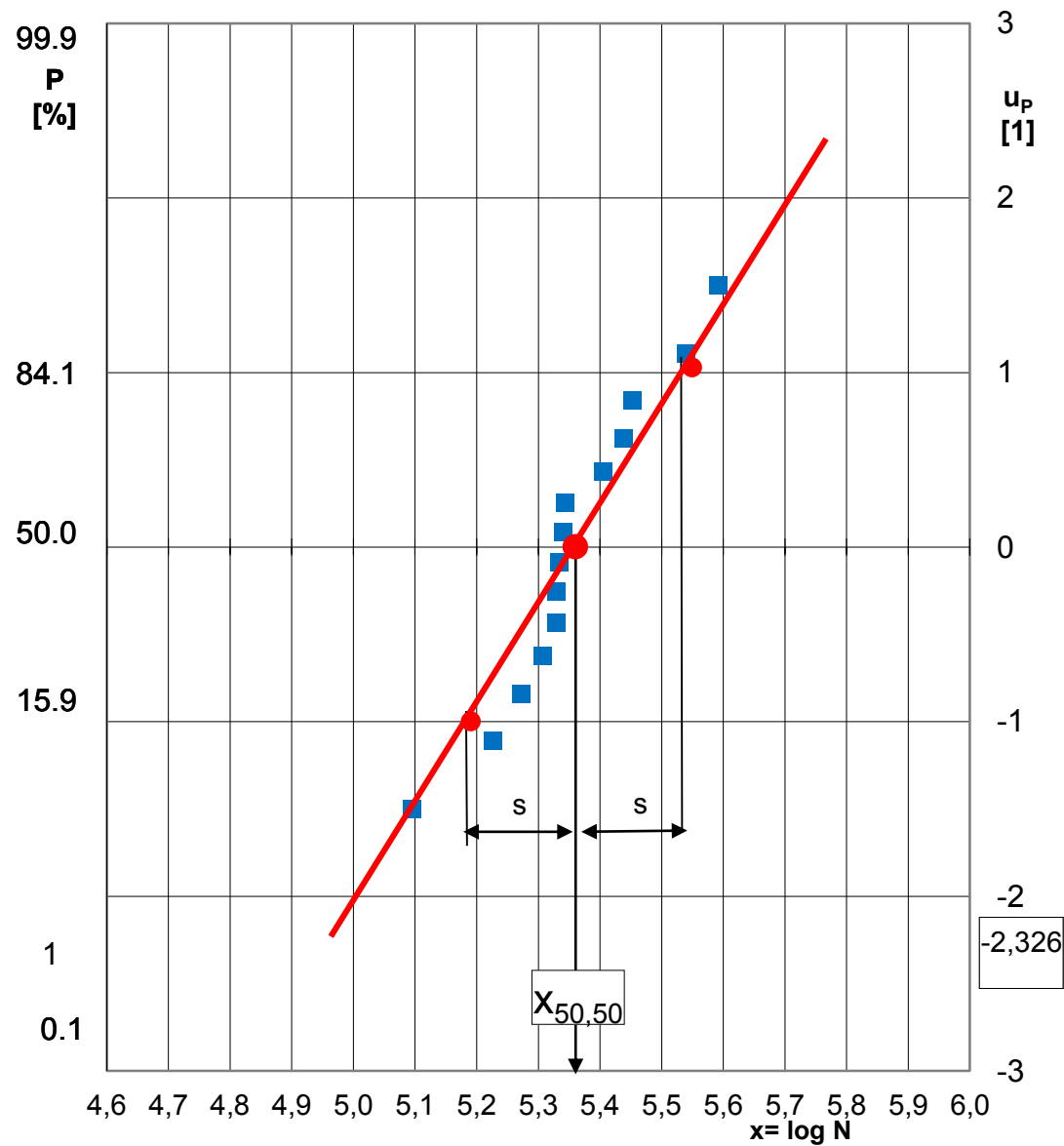
Pravděpodobnostní papír příkladu



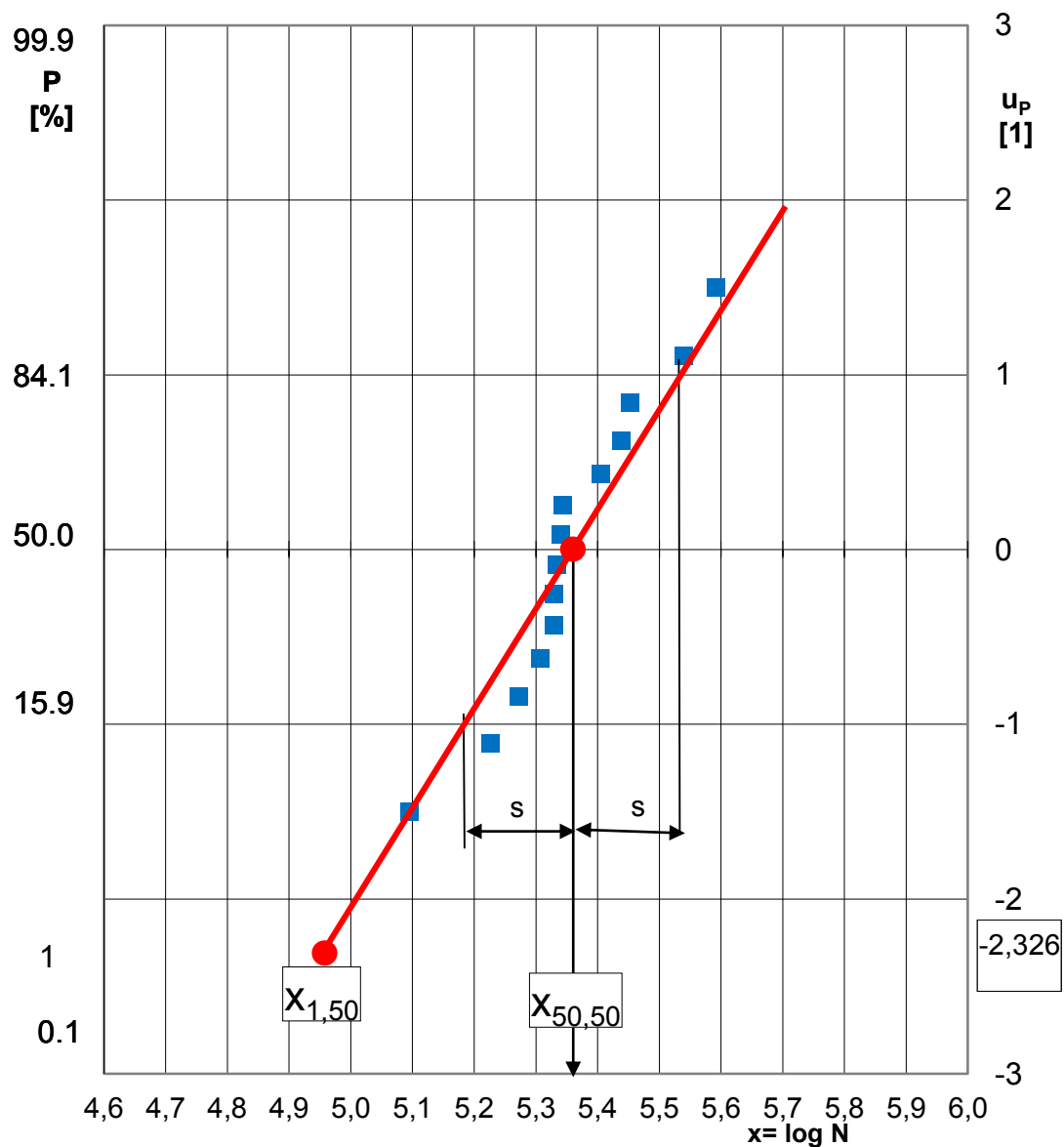
Pravdepodobnostni papir príkladu



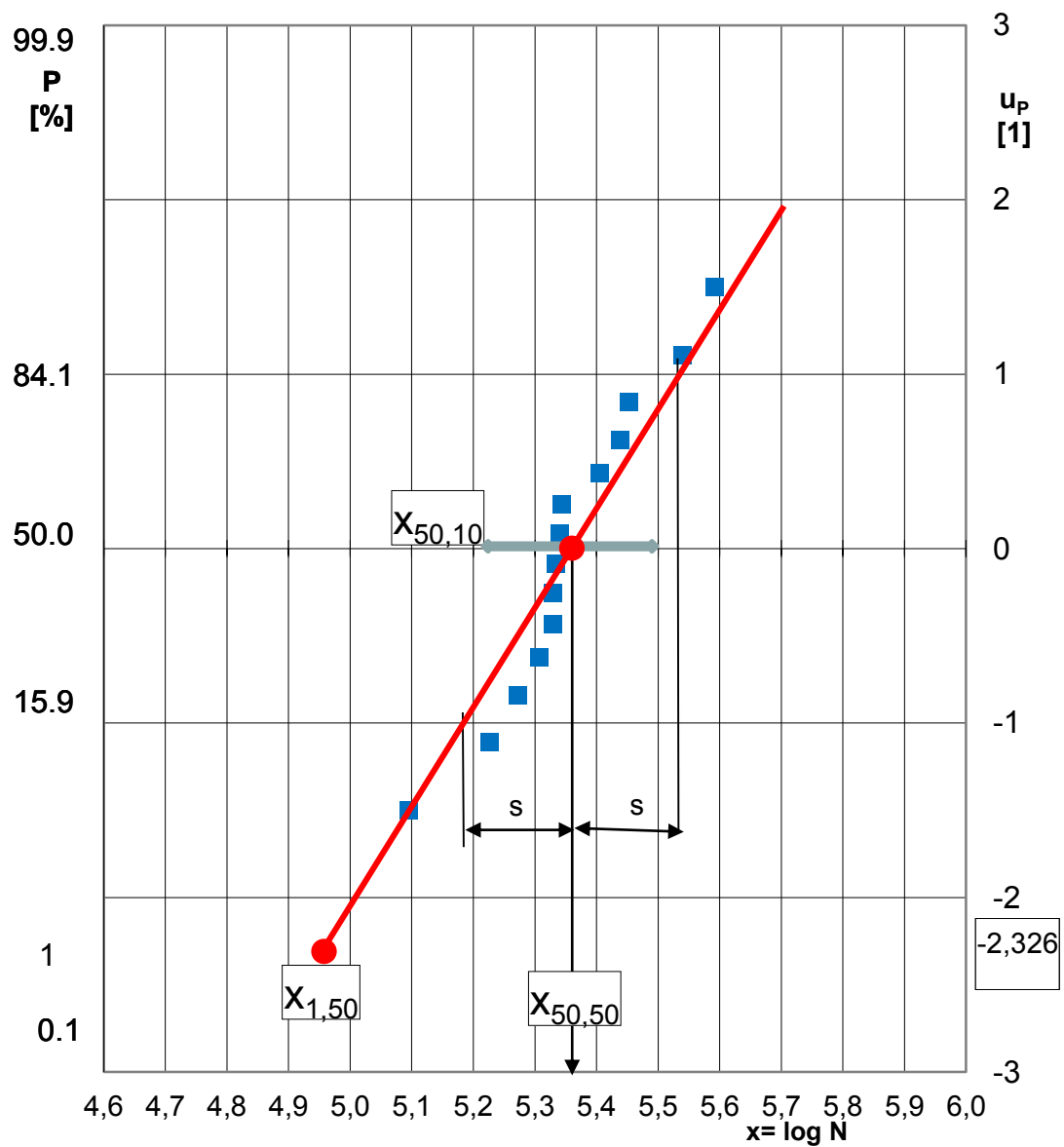
Pravdepodobnostní papír příkladu



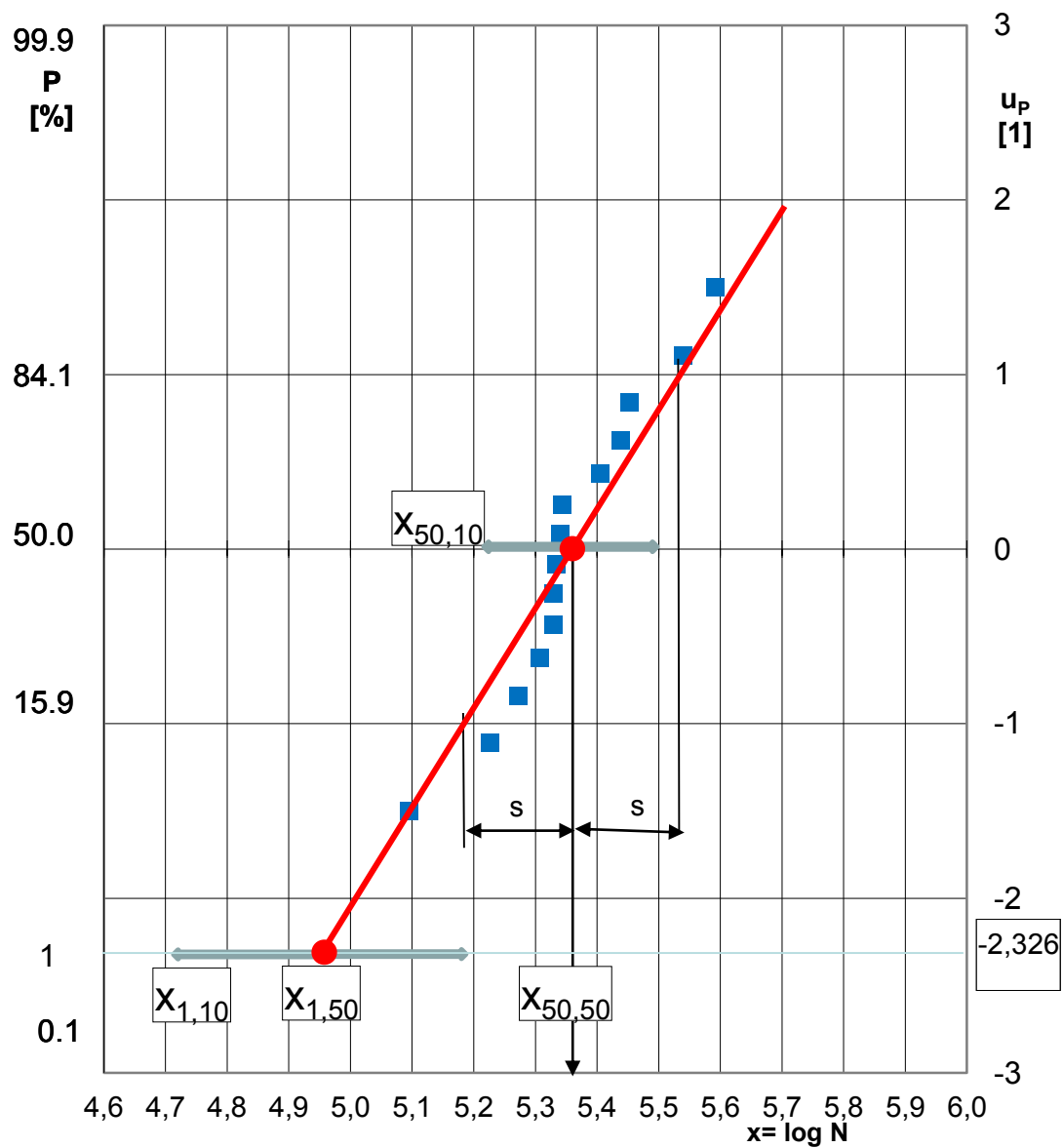
Pravděpodobnostní papír příkladu



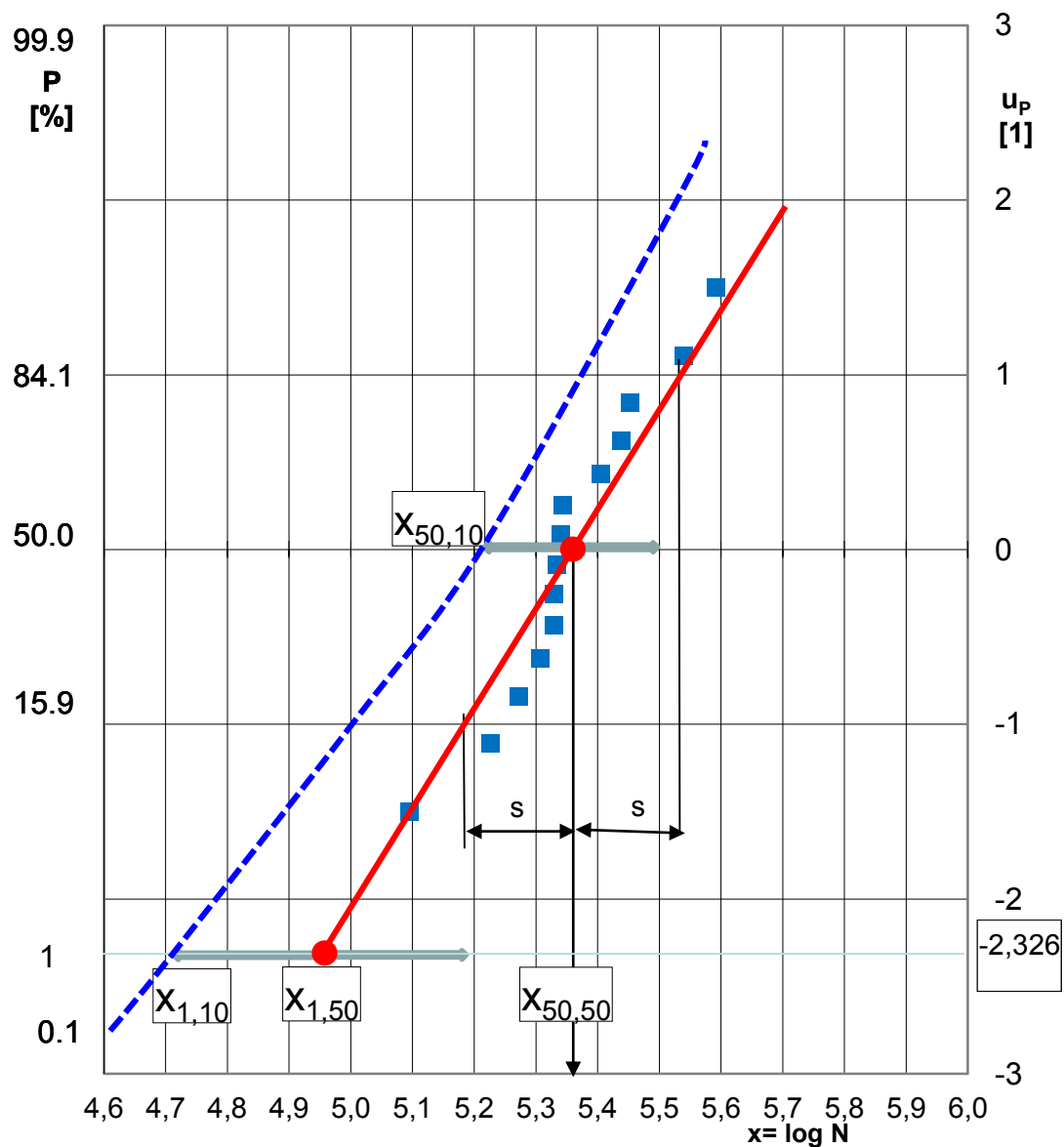
Pravděpodobnostní papír příkladu



Pravděpodobnostní papír příkladu



Pravděpodobnostní papír příkladu



Určení bezpečného únavového života

$$\log N_{P,\beta} = \overline{\log N} + k_{P,\beta}(u_P, u_\beta) \hat{S}_{\log}$$

P [%]	u_p	$u_{\beta=10\%}$	K	$X_{P,\beta}$	$N_{P,\beta}$
50	0.000	-1.282	-0.35	5.312	205 288
20	-0.842	-1.282	-1.32	5.189	154 517
5	-1.645	-1.282	-2.32	5.061	114 973
1	-2.326	-1.282	-3.20	4.948	88 733
0.01	-3.719	-1.282	-5.03	4.714	51 785



Existuje 10% riziko, že po nacyklování 51 785 cyklů se poruší 1 z 10 000 zkušebních vzorků základního souboru.

Odvození přepočtu na bezpečný únavový život

$$S^2(x) = \mu^2(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - \mu(x)]^2 f(x) dx$$

$$S^2(konst) = 0$$

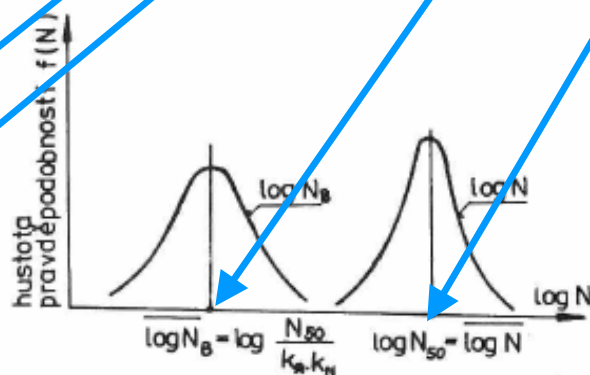
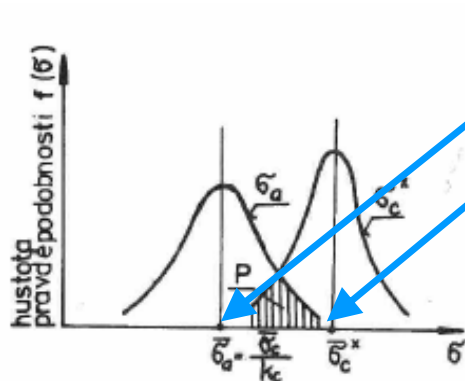
$$S^2(konst X) = konst^2 S^2(X)$$

$$S^2(X \pm Y) = S^2(X) + S^2(Y)$$

$$S^2(X) = \mu(X^2) - [\mu(X)]^2$$

$$u_P = \frac{\bar{\sigma}_a - \bar{\sigma}_c^x}{S} = \frac{\bar{\sigma}_a - \bar{\sigma}_c^x}{\sqrt{S_a^2 + S_c^2}}$$

$$u_P = \frac{\log N_B - \log \bar{N}}{S} = \frac{\log N_B - \log \bar{N}}{\sqrt{S_{\log n}^2 + S_{\log N}^2}}$$



Pravděpodobnostní náplň souč. bezpečnosti

Dáno:

$$\sigma_a = 280 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 420 \text{ MPa}$$

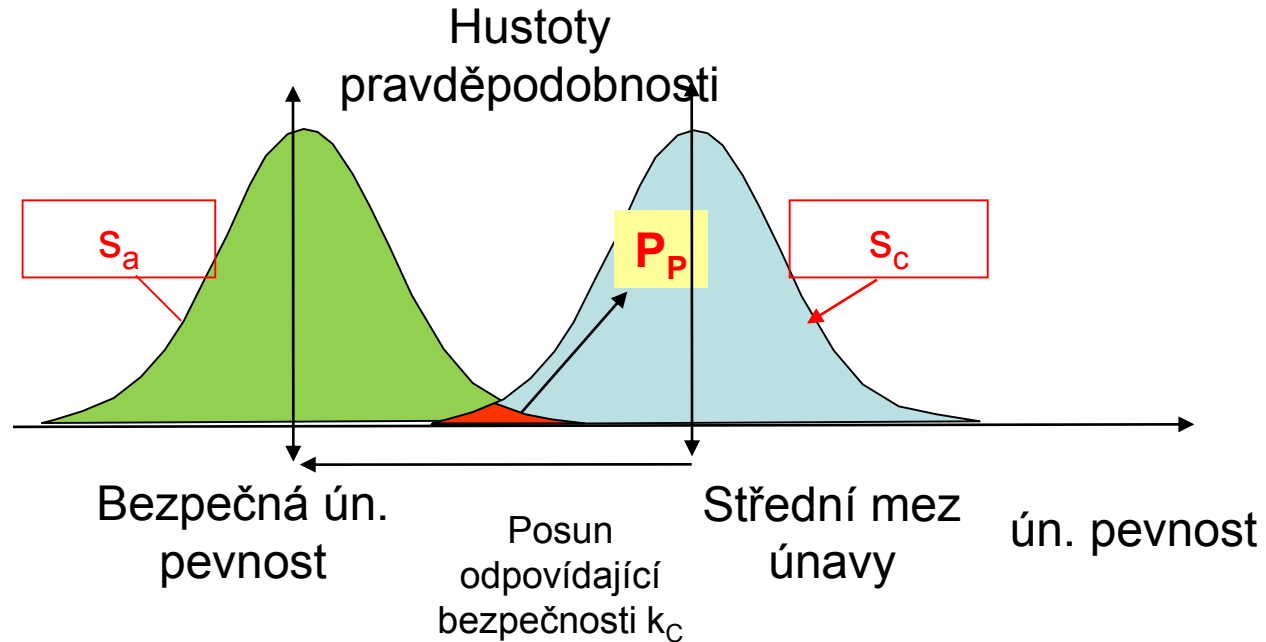
$$v_a = 12\%$$

$$s_C = 38 \text{ MPa}$$

$$v_C = \frac{s_C}{\sigma_C} = \frac{38}{420} = 9,0\%$$

Bezpečnost

$$k_C = \frac{\sigma_C}{\sigma_a} = \frac{420}{280} = 1,5$$



Výpočet kvantilu

$$u_P = \frac{\sigma_a - \sigma_C}{\sqrt{s_C^2 + s_a^2}} = \frac{1 - k_C}{\sqrt{v_C^2 \cdot k_C^2 + v_a^2}}$$

$$u_P = \frac{1 - 1,5}{\sqrt{0,09^2 \cdot 1,5^2 + 0,06^2}} = -3,38$$

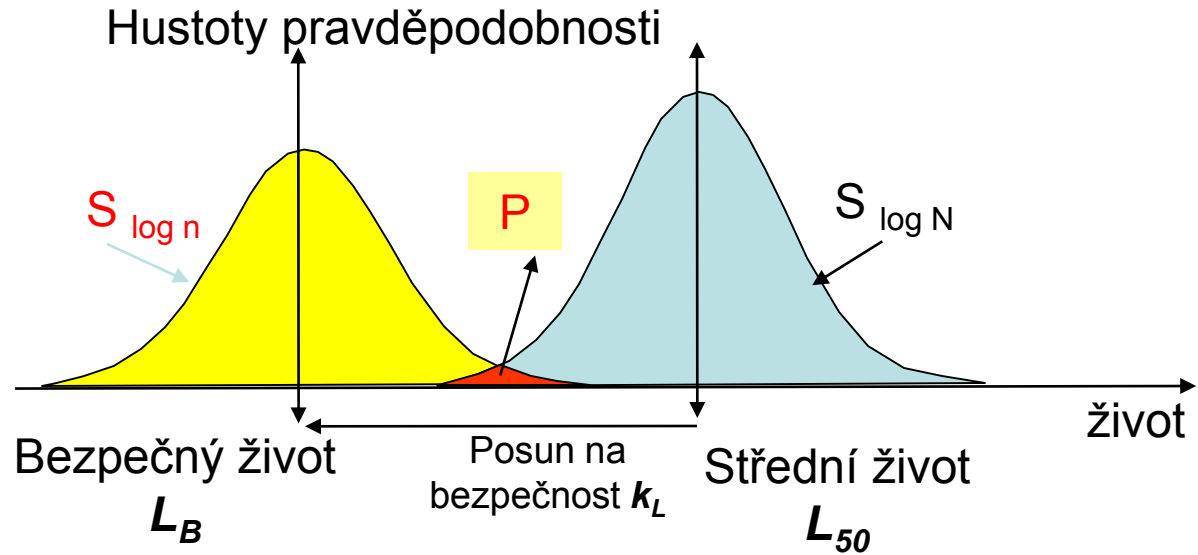
Pravděpodobnost poruchy P_p

MS EXCEL:
=NORMSDIST()
=NORMSINV()

$$P_P = 0,00036 \\ = 0,036\%$$

Predikce safe life

Bezpečný únavový život – pravděpodobnost porušení $P \ll 0$ (Např. 0,01%..... 0,0001 %)



Směrodatná odchylka únavové křivky

$S_{\log N}$

Směrodatná odchylka četnosti kmitů provozu

$S_{\log n}$

Celkový součinitel bezpečnosti pro únavový život

k_L

Souč. bezpečnosti pro únavovou křivku

k_N (3.0 ... 6.0)

Součinitel bezpečnosti pro četnost kmitů provozu

k_n (1.0 ... 2.0)

Bezpečný únavový život

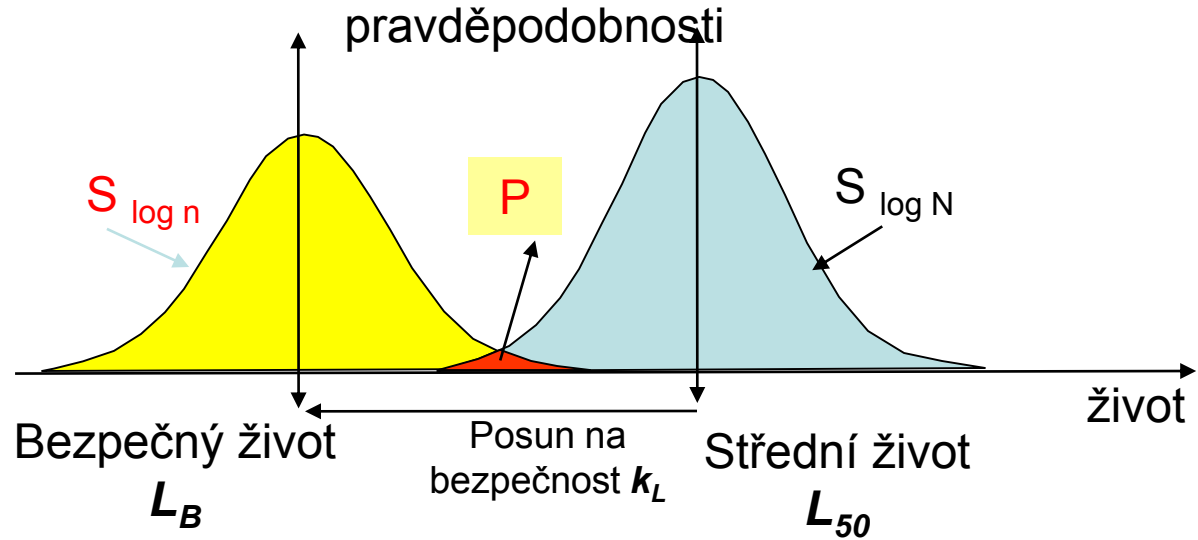
$$L_B = \frac{L_{50\%}}{k_L} = \frac{L_{50\%}}{k_N \cdot k_n}$$

Predikce safe life

Pravděpodobnost poruchy

Hustoty

pravděpodobnosti



Předpoklad: log-normální rozdělení životností N

Výpočet kvantilu a pravděpodobnosti poruchy pro danou bezpečnost

$$k_L = \dots\dots\dots$$

$$u_P = \frac{\log L_B - \log L_{50}}{\sqrt{S_{\log N}^2 + S_{\log n}^2}} = \frac{\log \frac{L_B}{L_{50}}}{\sqrt{S_{\log N}^2 + S_{\log n}^2}} = \frac{\log \frac{1}{k_L}}{\sqrt{S_{\log N}^2 + S_{\log n}^2}}$$



P_p [%]