

Přednášky

část 6

Úvod do lineární lomové mechaniky

Milan Růžička, Josef Jurenka

milan.ruzicka@fs.cvut.cz

Literatura

- J. Kunz: Aplikovaná lomová mechanika, ČVUT, 2005
- J. Kunz: Základy lomové mechaniky, ČVUT, 2000
- J. Němec: Prodlužování životnosti konstrukcí a předcházení jejich haváriím, Asociace strojních inženýrů v České republice, 1994
- J. Kučera: Úvod do mechaniky lomu I : vruby a trhliny : nestabilní lom při statickém zatížení, 1. vyd. Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2002
- J. Kučera: Úvod do mechaniky lomu II : Únava materiálu, Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1994
- V. Moravec, D. Pišťáček: Pevnost dynamicky namáhaných strojních součástí, Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2006
- D Broek: Elementary Engineering Fracture Mechanics, 1. ed. Martinus Nijhoff Publ., Boston 1982
- D Broek: The Practical Use of Fracture Mechanics, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1988
- Růžička, M., Fidranský, J. Pevnost a životnost letadel. ČVUT, 2000.
- Růžička, M., Hanke, M., Rost, M. Dynamická pevnost a životnost. ČVUT, 1987.
- Pook, L. Metal Fatigue – What it is, why it matters. Springer, 2007.
- D. P. Rooke, D. J. Cartwright: Stress intensity factors, London, 1976.

Metody predikce životnosti

- Přístup pomocí nominálních napětí
(NSA - Nominal Stress Approach)
- Přístup pomocí lokálních elastických napětí
(LESA - Local Elastic Stress Approach)
- Přístup pomocí lokálních elasto-plastických napětí a deformací
(LPSA - Local Plastic Stress (Strain) Approach)
- Přístup využívající lomové mechaniky
(FMA - Fracture Mechanics Approach)

Aktuálnost lomové mechaniky

Existence trhlin a ostrých vrubů

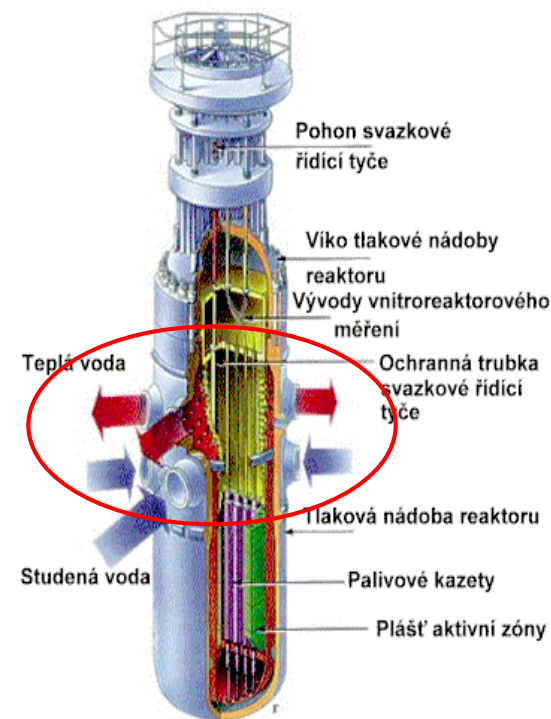
U řady konstrukčních uzlů a celků se není možné vyvarovat **výskytu trhlin a ostrých vrubů** – z důvodů především **technologických a ekonomických**.



<http://www.supphoto.com/album-gallery/tgv/>



<http://www.cidproenca.org/wp/brutal/>



http://www.simopt.cz/energyweb/web/index.php?display_page=2&subitem=1&ee_chapter=3.2.6

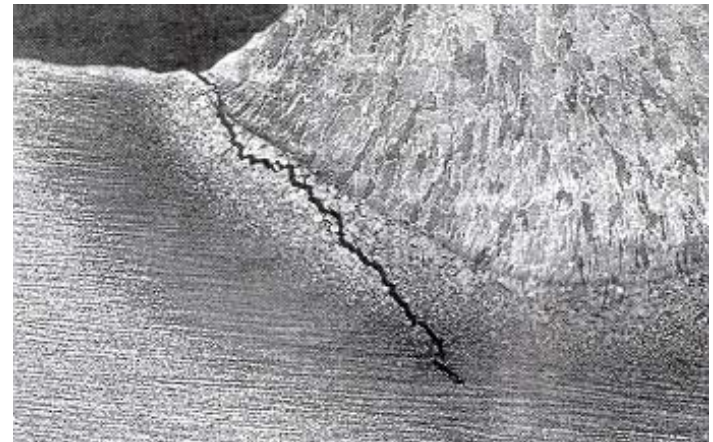
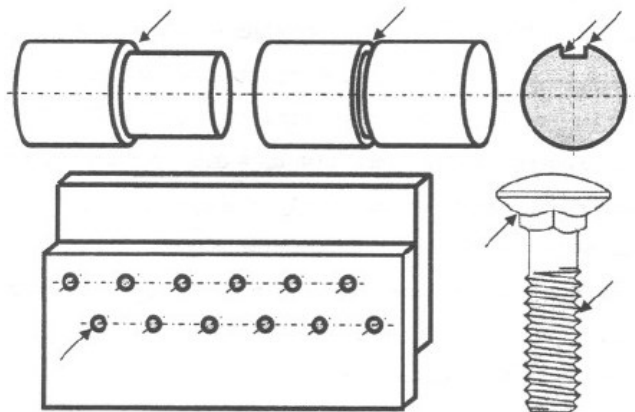
Vruby – iniciace trhlin

❑ Konstrukční vruby

- o umístění a geometrii rozhoduje konstruktér $\Rightarrow$ optimalizace (návrhová etapa) a kontrola (provoz)

❑ Strukturní (technologické) vruby

- vady materiálu lze jen omezeně předem odhalit a kvantifikovat - vznikají vlivem technologických procesů (odlévání, tváření, tepelné zpracování, atd.) $\Rightarrow$ nedestruktivní defektoskopická kontrola



Lomový proces

Vytváření lomových ploch v povodně celistvém materiálu $\Rightarrow$ etapa iniciace a etapa šíření trhliny.

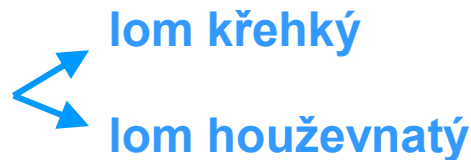
➤ **Houževnatost materiálu**

$\Rightarrow$ schopnost absorpce energie, resp. schopnost plastické deformace (pohyb dislokací) $\Leftarrow$ vliv krystalografické struktury materiálu, teploty, složení atd.

➤ **Rozdělení lomového procesu**

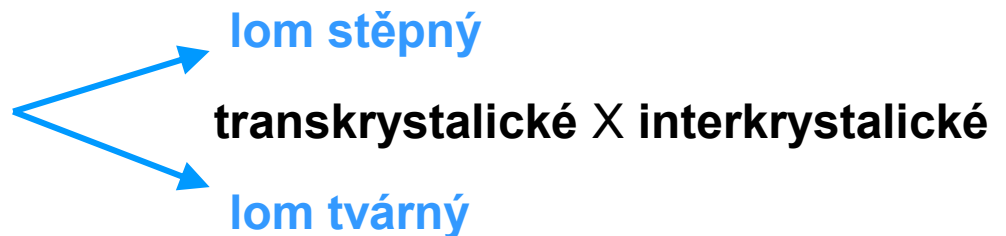
- Z hlediska energetické náročnosti

lomově-mechanické dělení



- Z hlediska fraktografického

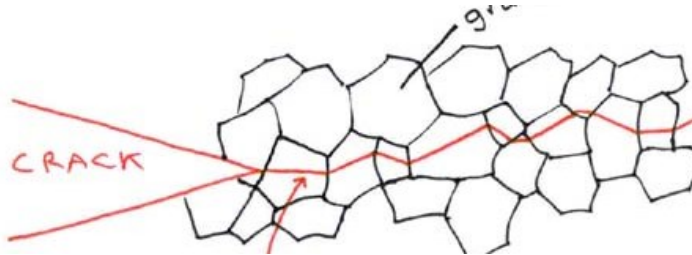
fraktografické dělení



Lomový proces

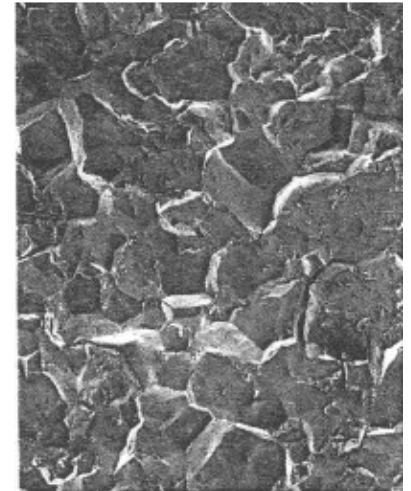
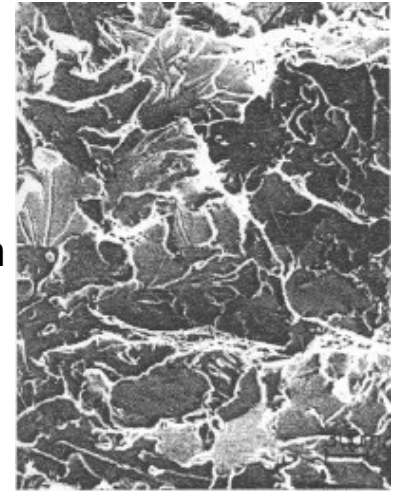
➤ **Křehký lom** (z hlediska lomové mechanického)

- **štěpný + transkrystalický** (z fraktografického hlediska)
 - porušování meziatomových vazeb podél významných krystalografických rovin
- rovinný + hladký lom jednotlivých zrn $\Rightarrow$ jasný lesklý povrch



□ **štěpný + interkrystalický** (z fraktografického hlediska)

- trhlina sleduje hranice zrn materiálu



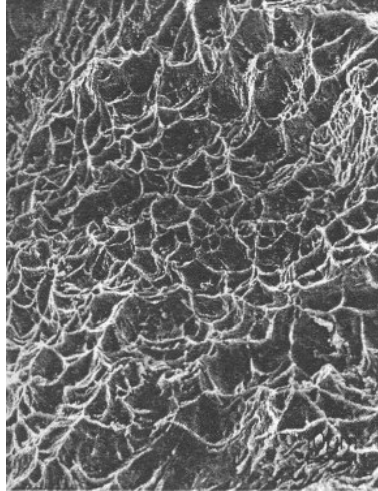
Lomový proces

➤ Houževnatý lom (z hlediska lomové mechanického)

- Hlavním mechanismem vzniku je nukleace, růst a propojování mikroporuch vznikajících na částicích sekundární fáze (inkluze a precipitáty)
 - lomy jsou matné (lomová plocha tvořena tvárnými důlky)

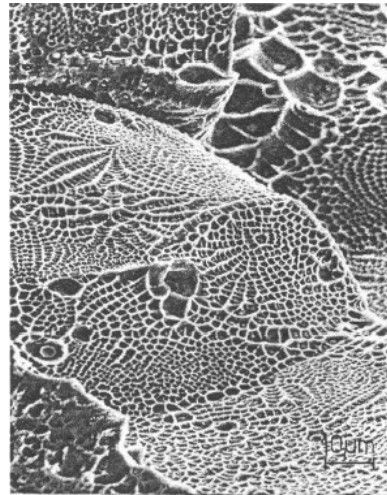
□ tvárný + transkrystalický

(z fraktografického hlediska)

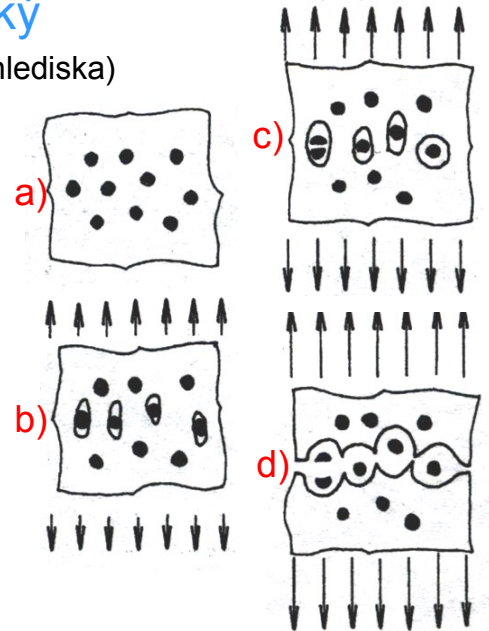


□ tvárný + interkrystalický

(z fraktografického hlediska)

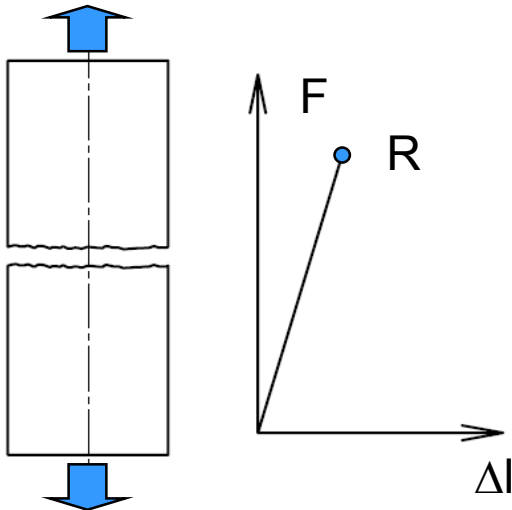


J. Kunz: Aplikovaná lomová mechanika, ČVUT, 2005



- K tvárné separaci materiálu může docházet i v případě, že z makroskopického hlediska je lom málo energetický náročný = **KŘEHKÝ LOM**, plastická deformace je silně lokalizována např. v okolí defektů.

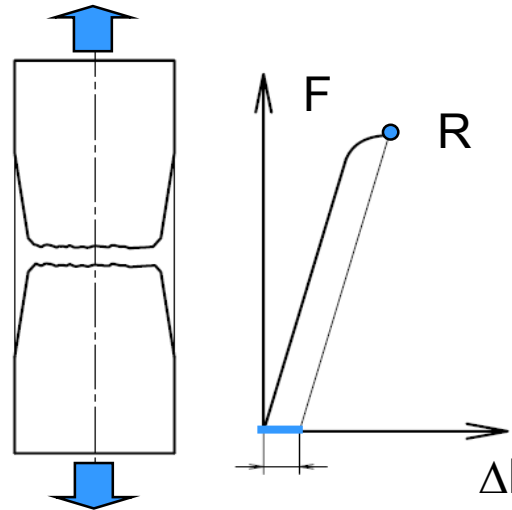
Způsoby a charakter porušení ocelových konstrukcí (z pohledu energetického)



❖ Křehké porušení

Mikroplastické deformace, predikce okamžiku poruchy je velmi obtížná.

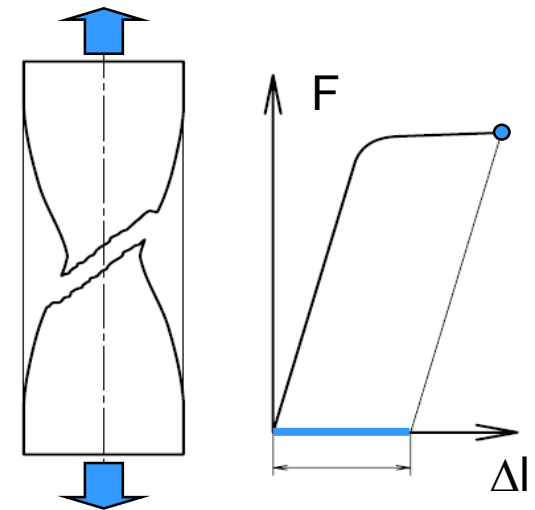
1000 ÷ 2500 m/s



❖ Kvazikřehké porušení

Znatelné plastické deformace, lesklý lomový povrch s matnými oblastmi.

600 ÷ 1200 m/s



❖ Houževnaté porušení

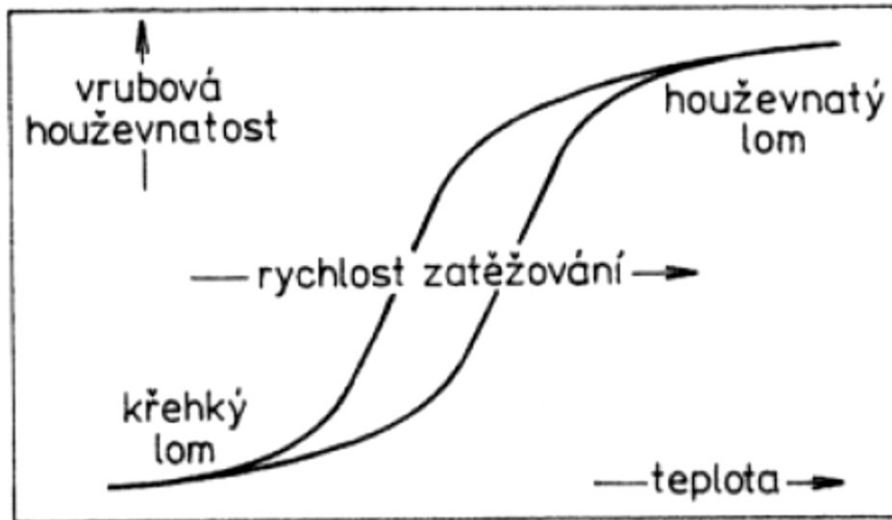
Plastické přetvoření ve velkých objemech materiálu, lomová plocha je vláknitá a matná.

< 600 m/s

Vlastnost daného materiálu? – Platí vždy?

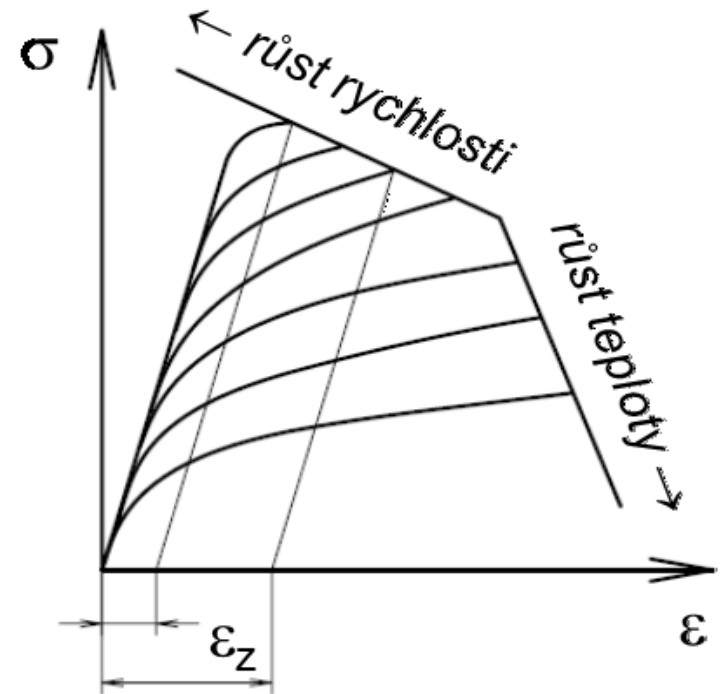
Faktory ovlivňující lomový proces

- Teplota (s klesající teplotou roste pravděpodobnost křehkého lomu) $\Rightarrow$ **TRANZITNÍ TEPLOTA** $\Rightarrow$ pokles vrubové houževnatosti KCV.



J. Kunz: Aplikovaná lomová mechanika, ČVUT, 2005

- Rychlost zatěžování.



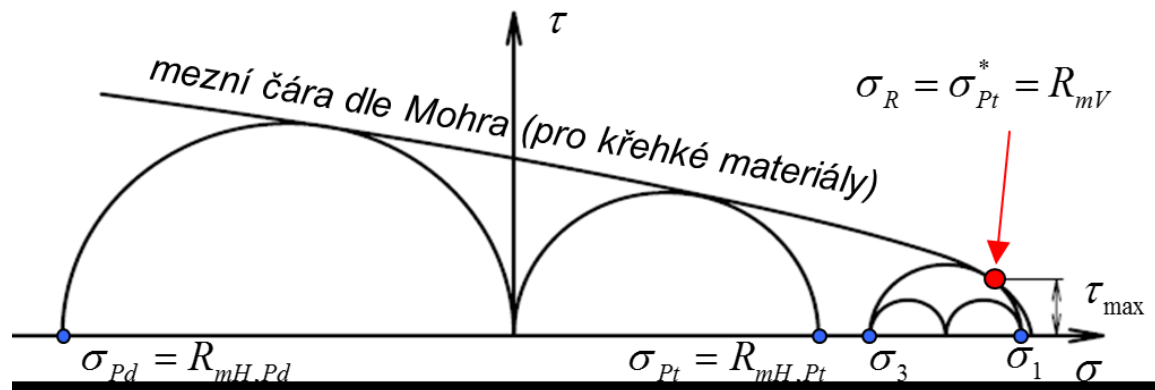
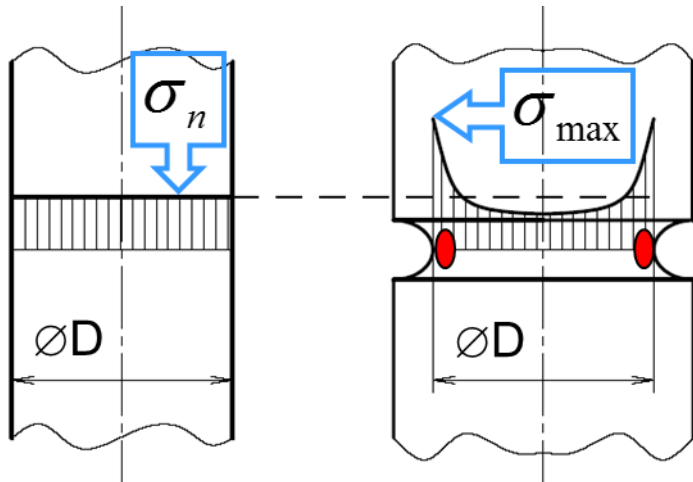
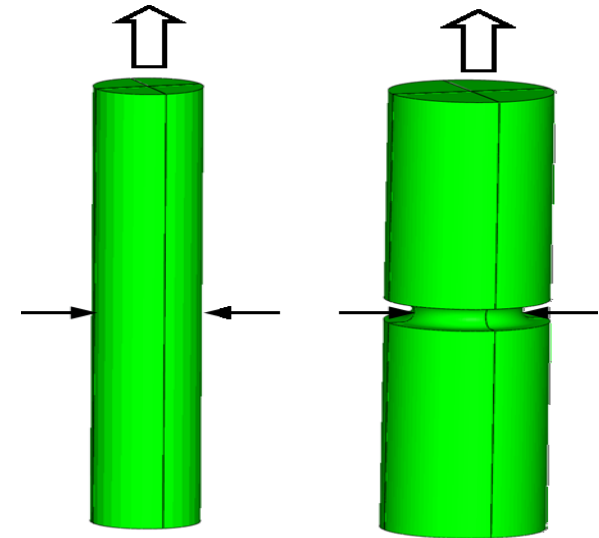
Faktory ovlivňující lomový proces

- Stav napjatosti: **jednoosá X prostorová napjatost** $\Rightarrow$ vliv na velikost plastické oblasti $\Rightarrow$ na množství absorbované energie.

- Zatěžovací síla je v obou případech stejná.

- **Hladký vzorek:** jednoosá napjatost $\Rightarrow$ vytvoření krčku, velké plastické deformace $\Rightarrow$ houževnatý lom.

- **Vrubovaný vzorek:** koncentrace napětí ve vrubu $\Rightarrow$ malá plastická oblast $\Rightarrow$ elastické okolí brání radiálnímu zaškrcení $\Rightarrow$ významná tečná a radiální napětí na hranici mezi elastickým a plastickým materiálem $\Rightarrow$ vznik trojosé napjatosti $\Rightarrow$ původně houževnatý materiál se začne chovat křehce.



Faktory ovlivňující lomový proces

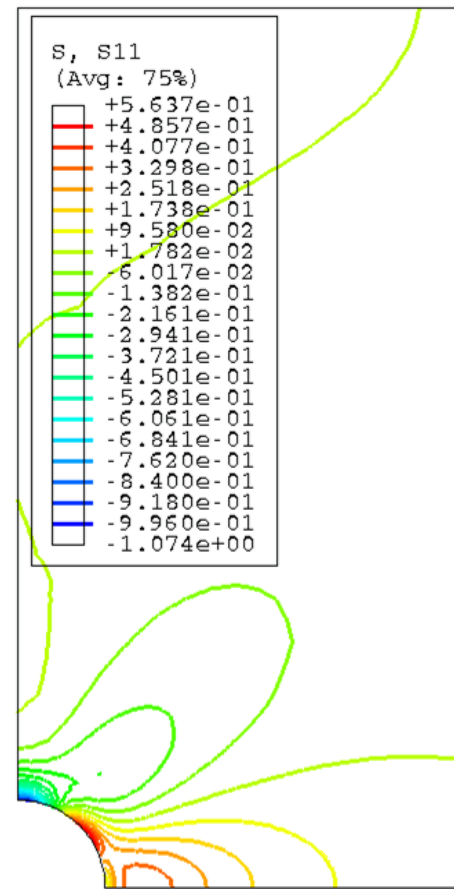
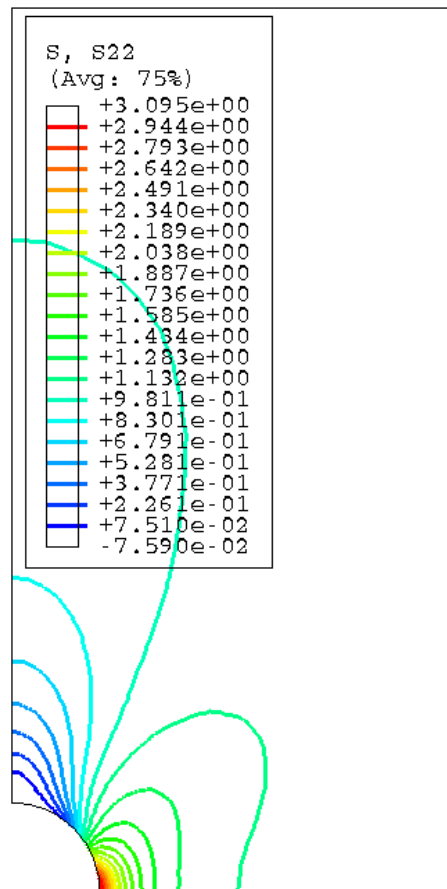
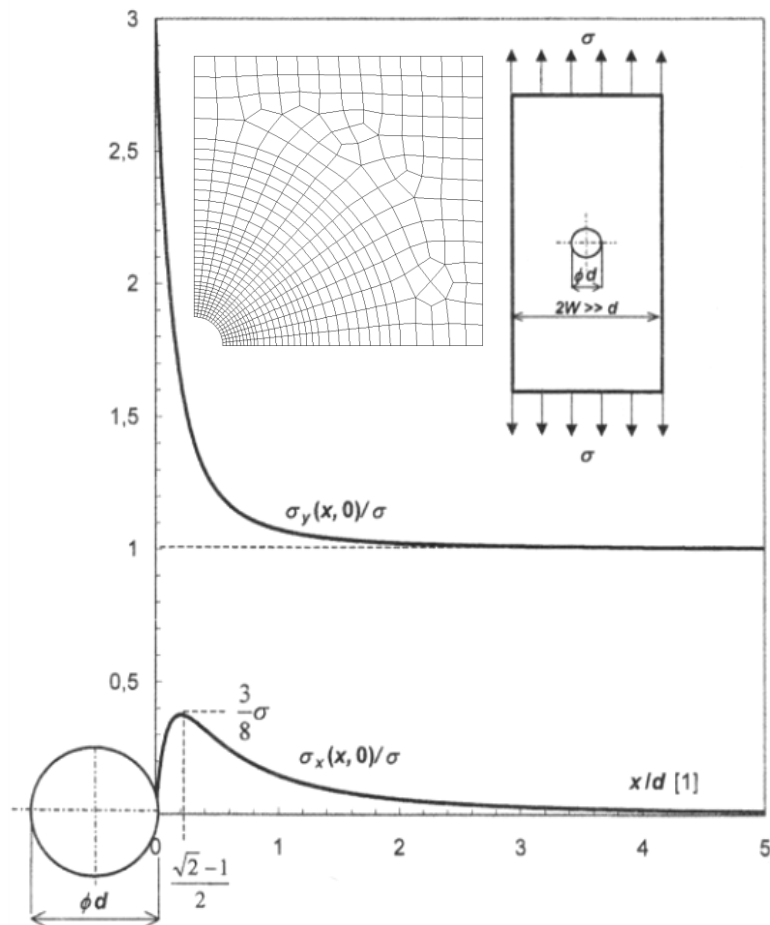
- **Mechanické vlastnosti materiálu** $\Rightarrow$ mez kluzu, mez pevnosti atd.
- **Technologické vlivy** $\Rightarrow$ změna vlastností materiálu tepelnými úpravami (zušlechťování).
- **Působení okolního prostředí** $\Rightarrow$ korozní účinky, urychlení degradace exponovaných oblastí materiálu, radiace, chemické složení.

Lineární lomová mechanika

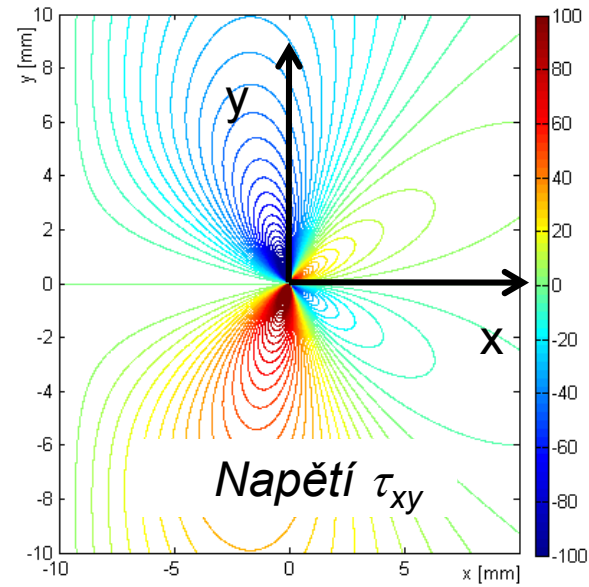
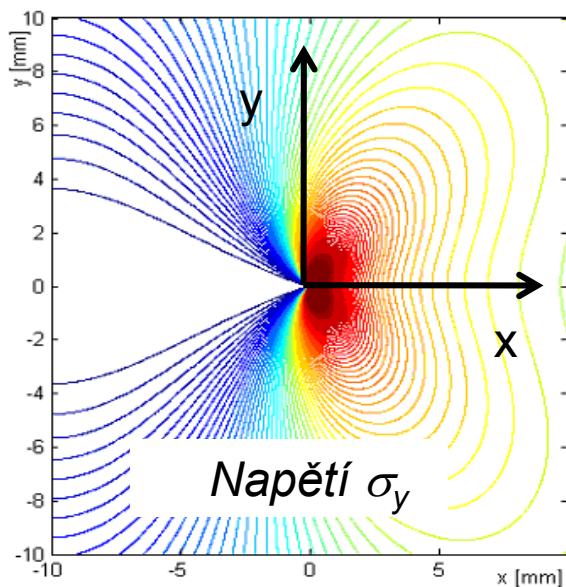
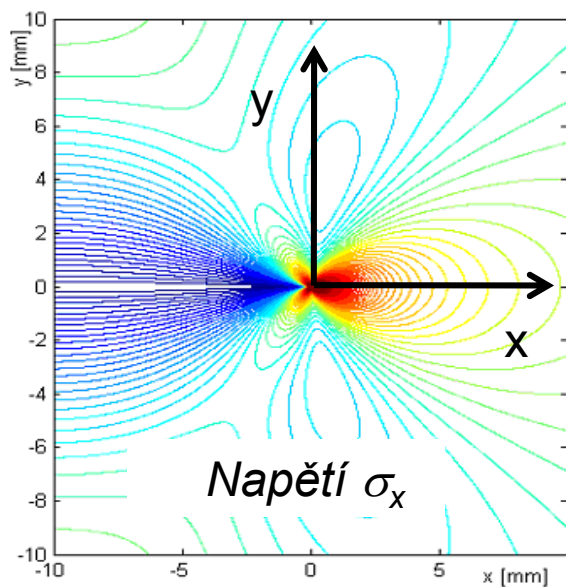
Předpoklad lineárního chování materiálu

- 1) Odvození základních vztahů vychází z předpokladu lineárního elastického a isotropního chování materiálu.
- 2) Plastické deformace malého rozsahu je možné při výpočtech dle *Lineární lomové mechaniky* zohlednit pomocí matematicko-empirických korekcí.

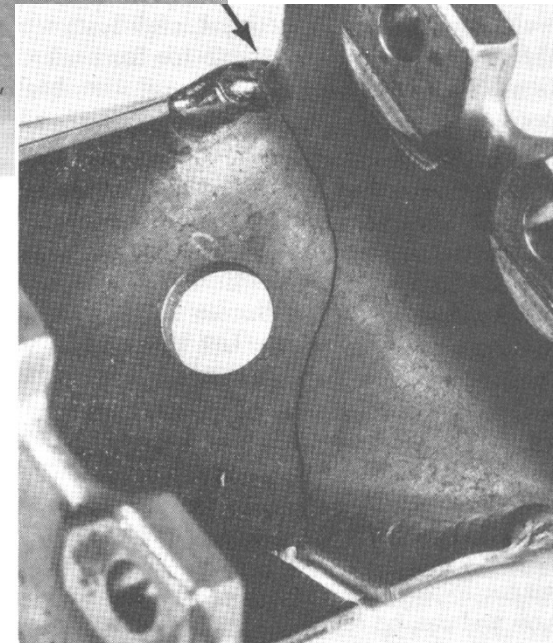
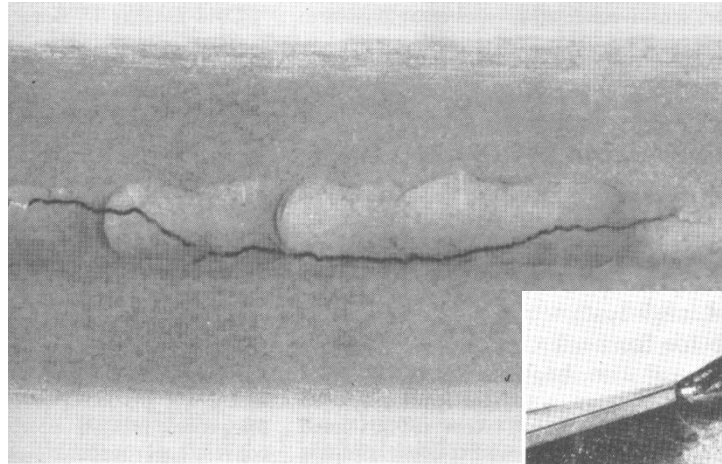
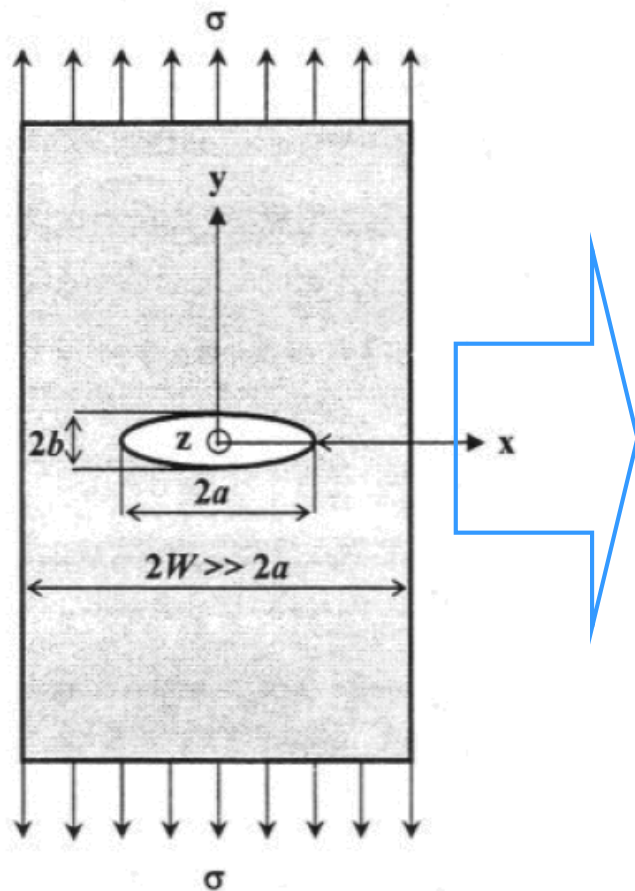
Pole napětí a deformací v okolí vrubu a trhliny



Pole napětí a deformací v blízkosti trhlin

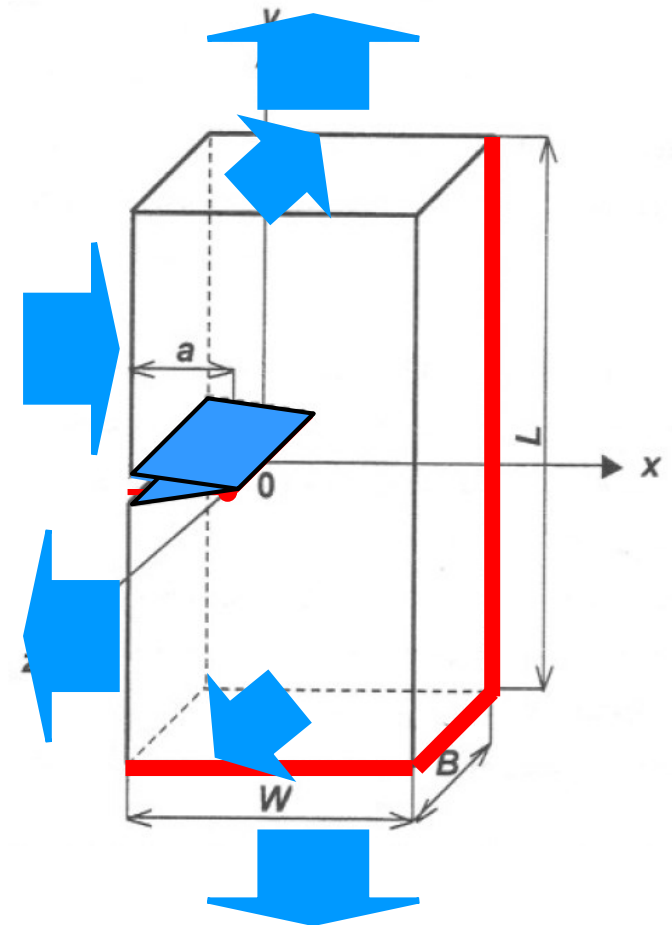


TRHLINY $\Rightarrow$ LOMOVÁ MECHANIKA



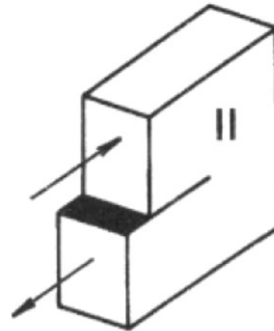
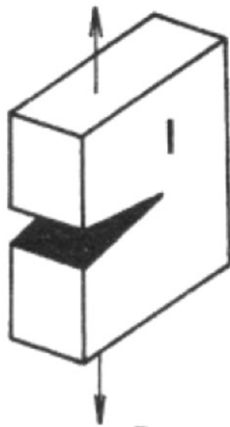
Názvosloví lomové mechaniky

- Šířka tělesa $\Rightarrow W$
- Délka tělesa $\Rightarrow L$
- Tloušťka tělesa $\Rightarrow B$
- Délka trhliny $\Rightarrow a$
- Čelo trhliny $\Rightarrow$ 2D bod, 3D prostorová křivka
- Líce trhliny (lícní plochy)
- Tahový mód namáhání, mód I
- Rovinný smykový mód namáhání, mód II
- Antirovinný smykový mód namáhání, mód III



Módy zatěžování tělesa s trhlinou

- Zatím uvažujme pouze elastický stav napjatosti, ideálně ostré čelo trhliny a geometricky jednoduchý tvar tělesa.
- Pro řešení stavu napjatosti v blízkém okolí čela trhliny se využívá princip superpozice. Výsledné řešení je dáno superpozicí tří základních módů (způsobů) namáhání trhliny.



J. Kunz: Aplikovaná lomová mechanika, ČVUT, 2005

❖ **Tahový mód I:** růst trhliny je řízen tahovou složkou σ_y tenzoru napětí.

❖ **Rovinný smykový mód II:** růst trhliny je řízen smykovou složkou τ_{xy} tenzoru napětí.

❖ **Antirovinný smykový mód III:** růst trhliny je řízen tahovou složkou τ_{yz} tenzoru napětí.

Faktor intenzity napětí K

- Je jednou z nejčastěji používaných lomově-mechanických veličin, která popisuje stav napjatosti v blízkosti čela trhliny $\Rightarrow$ **posouzení stability trhliny**.
- Zahrnuje jak velikost vnějšího zatížení, tak i základní geometrické charakteristiky tělesa a trhliny.
- **Pro nekonečné těleso z elastického isotropního materiálu** je faktor intenzity napětí K definován pro jednotlivé módy namáhání čela trhliny pomocí vztahů:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} (2\pi \cdot r)^{\frac{1}{2}} \cdot \sigma_y(r, 0)$$



$$K_I = \sigma(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}}$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} (2\pi \cdot r)^{\frac{1}{2}} \cdot \tau_{xy}(r, 0)$$



$$K_{II} = \tau(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}}$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} (2\pi \cdot r)^{\frac{1}{2}} \cdot \tau_{yz}(r, 0)$$

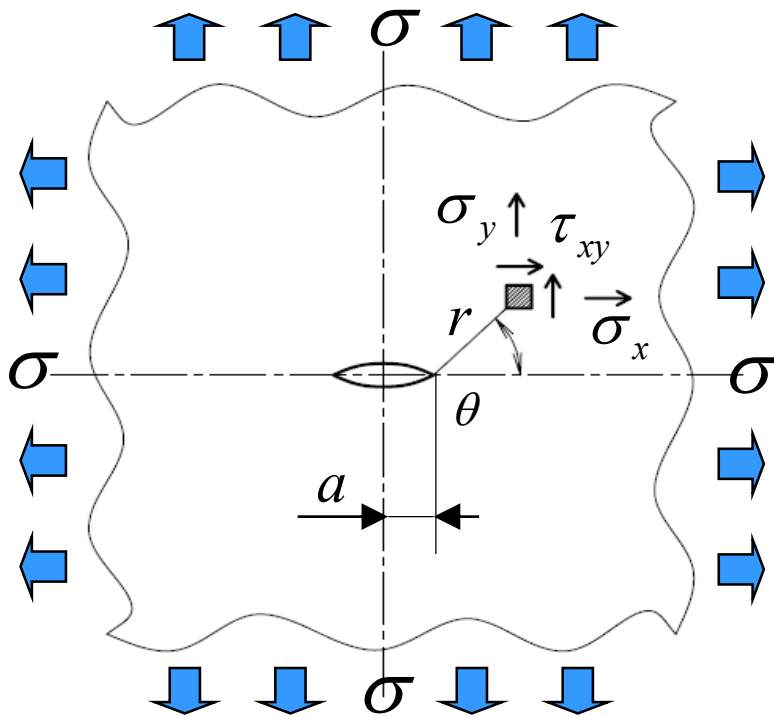


$$K_{III} = \tau(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}}$$

$\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$

$\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$

Výpočet pole napětí v blízkosti čela trhliny pro mód I namáhání pomocí **FIN K**



$$\sigma_x(r, \theta) = \frac{K_I}{(2\pi \cdot r)^{\frac{1}{2}}} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \cos \frac{\theta}{2},$$

$$\sigma_y(r, \theta) = \frac{K_I}{(2\pi \cdot r)^{\frac{1}{2}}} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \cos \frac{\theta}{2},$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = \frac{K_I}{(2\pi \cdot r)^{\frac{1}{2}}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2},$$

$$\sigma_z(r, \theta) = 2\nu \frac{K_I}{(2\pi \cdot r)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\theta}{2} \Rightarrow \text{RD},$$

$$\sigma_z(r, \theta) = 0 \Rightarrow \text{RN}$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = 0,$$

$$\tau_{xy}(r, \theta) = 0.$$

Faktor intenzity napětí K

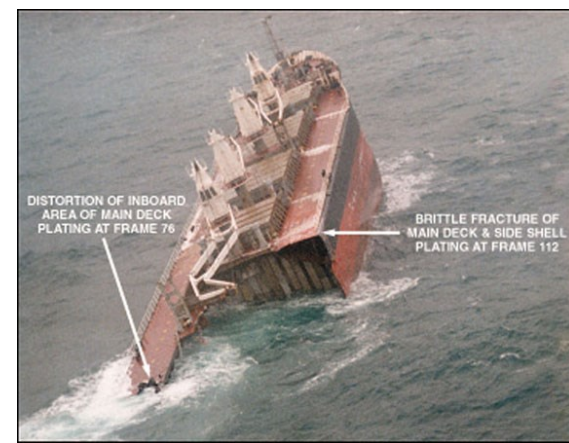
Pro nekonečné těleso z elastického isotropního materiálu

$$K_I = \sigma(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}}$$

$$K_{II} = \tau(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}}$$

$$K_{III} = \tau(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}}$$

Tělesa/konstrukce
konečných rozměrů?



Faktor intenzity napětí K – **reálná tělesa**

- U reálného tělesa bude pole napětí v okolí trhliny ovlivněno **volnými okraji tělesa a reálnými okrajovými podmínkami**.
- Hodnota FIN K je v těchto případech ovlivněna geometrickými parametry, jako jsou: šířka W , nebo délka L apod. (hodnotu kritické velikosti – **lomovou houževnatost** – považujeme za **invariantní**).
- Faktor intenzity napětí lze potom vyjádřit jako:

$$\begin{aligned} K_I &= \sigma(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}} Y_I(a, W, L, \dots) \\ K_{II} &= \tau(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}} Y_{II}(a, W, L, \dots) \\ K_{III} &= \tau(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}} Y_{III}(a, W, L, \dots) \end{aligned}$$

- Funkce $Y_j(a, W, L, \dots)$, $j = I, II, III$, respektují konečné rozměry tělesa a označují se jako tzv. **TVAROVÉ** reps. **KOREKČNÍ FUNKCE**.
- Určování tvarových funkcí, resp. **K-KALIBRACE** se provádí různými způsoby.

FIN *K* – *K*-kalibrace

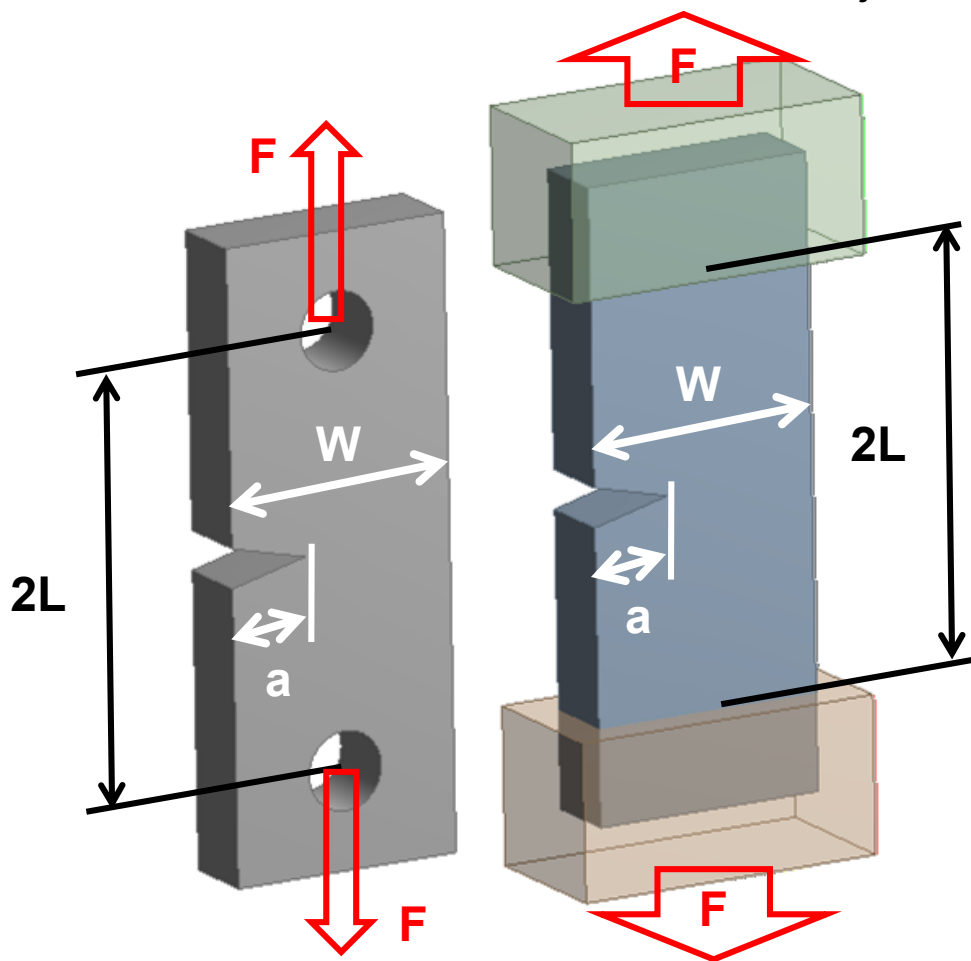
- a) metody analytické (*metoda napěťových potenciálů*) (J.Kunz)
- b) metody semianalytické (*metoda kolokace okrajových podmínek*) (J.Kunz)

c) metody numerické (MKP)

- d) metody experimentální (*fotoelasticimetrie, odporová tenzometrie, interferometrie, měření poddajnosti*) (J.Kunz)
- Tvarové funkce lze pro velké množství nejčastěji se vyskytujících geometrických případů technické praxe nalézt v příručkách a katalozích.

FIN K – reálné rozměry tělesa

- Příklad vlivu okrajových podmínek a použití tvarových funkcí bude ukázán na obdélníkovém tělese s jednostrannou trhlinou.



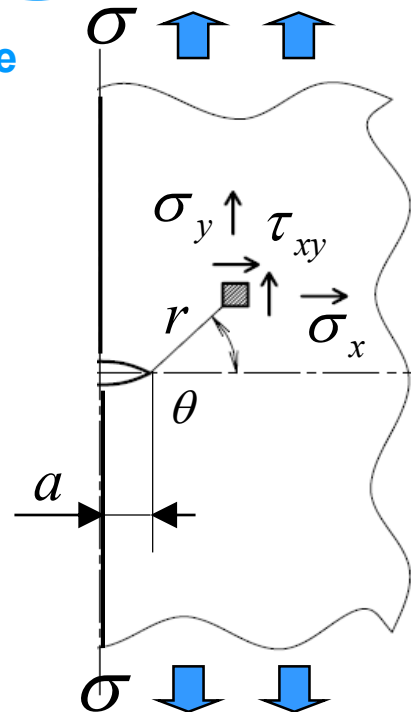
- Pracovní část tělesa je geometricky stejná včetně velikosti trhliny L , B , W , a .
- Celková velikost zatěžovací síly F je v obou případech stejná.
- Tělesa se liší pouze způsobem zavedení působící síly F .
- Otázka zní: **U kterého tělesa dojde k lomu dříve, budeme-li sílu F působící na tělesa současně zvětšovat?**

Korekční funkce Y

Pro nekonečně velké těleso obdélníkového tvaru s jednostrannou trhlinou namáhanou módem I platí vztah, ve kterém je již zahrnut vliv volného povrchu v rovině symetrie:

$$K_I = 1.12 \cdot \sigma (\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}}.$$

Korekční funkce



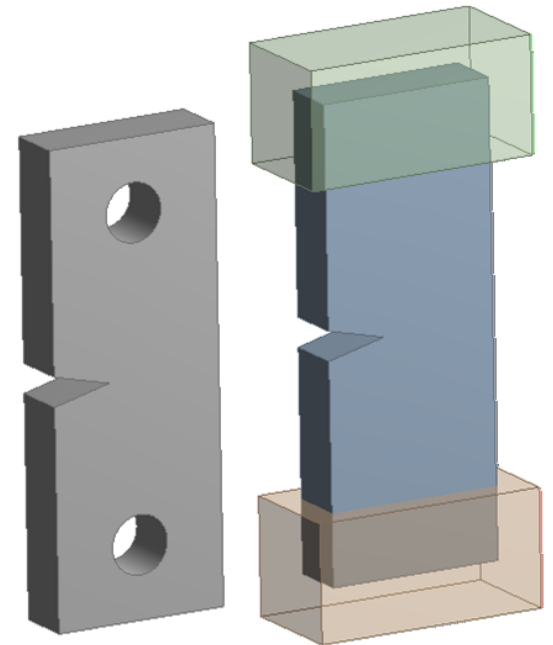
Korekční funkce Y

Pro nekonečně velké těleso obdélníkového tvaru s jednostrannou trhlinou namáhanou módem I platí vztah, ve kterém je již zahrnut vliv volného povrchu v rovině symetrie:

$$K_I = 1.12 \cdot \sigma (\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}}.$$

V případě konečných rozměrů lze faktor intenzity napětí K vviádřit pomocí:

$$K_I = \sigma (\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}} \cdot Y_I \left(\frac{a}{W} \right),$$



$$K_I = \sigma(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}} \cdot Y_I\left(\frac{a}{W}\right),$$

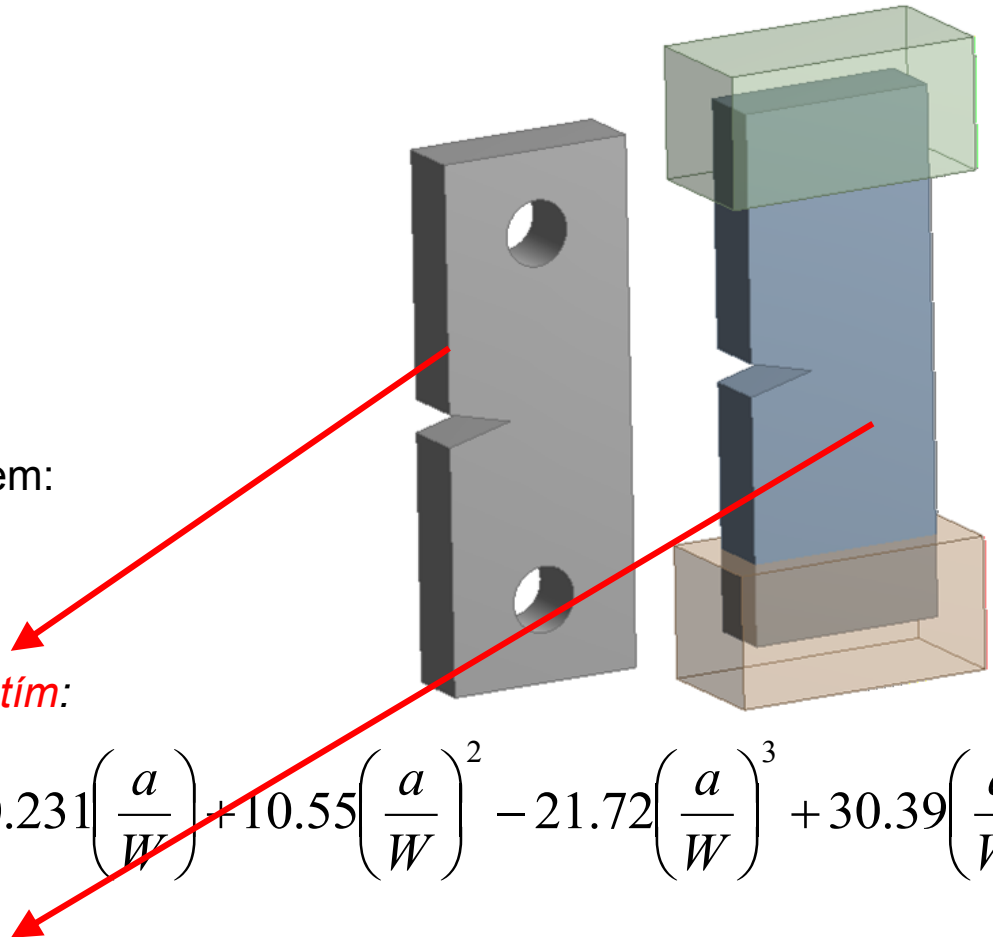
kde tvarová funkce **Y** je dána vztahem:

pro zatížení konstantním napětím:

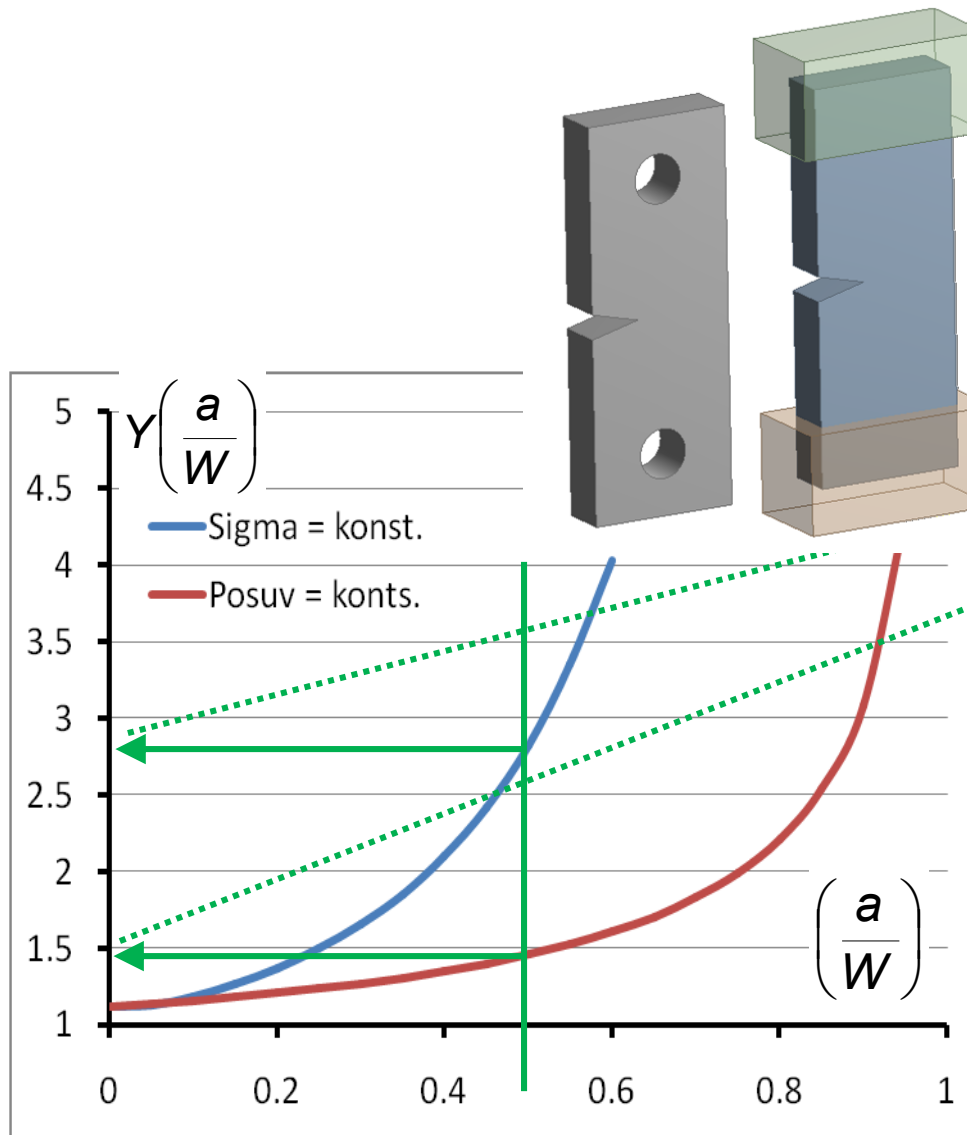
$$Y_I\left(\frac{a}{W}\right) = 1.12 - 0.231\left(\frac{a}{W}\right) + 10.55\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21.72\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30.39\left(\frac{a}{W}\right)^4,$$

pro zatížení konstantním posuvem:

$$Y_I\left(\frac{a}{W}\right) = 5 \left[20 - 13 \frac{a}{W} - 7 \left(\frac{a}{W} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$



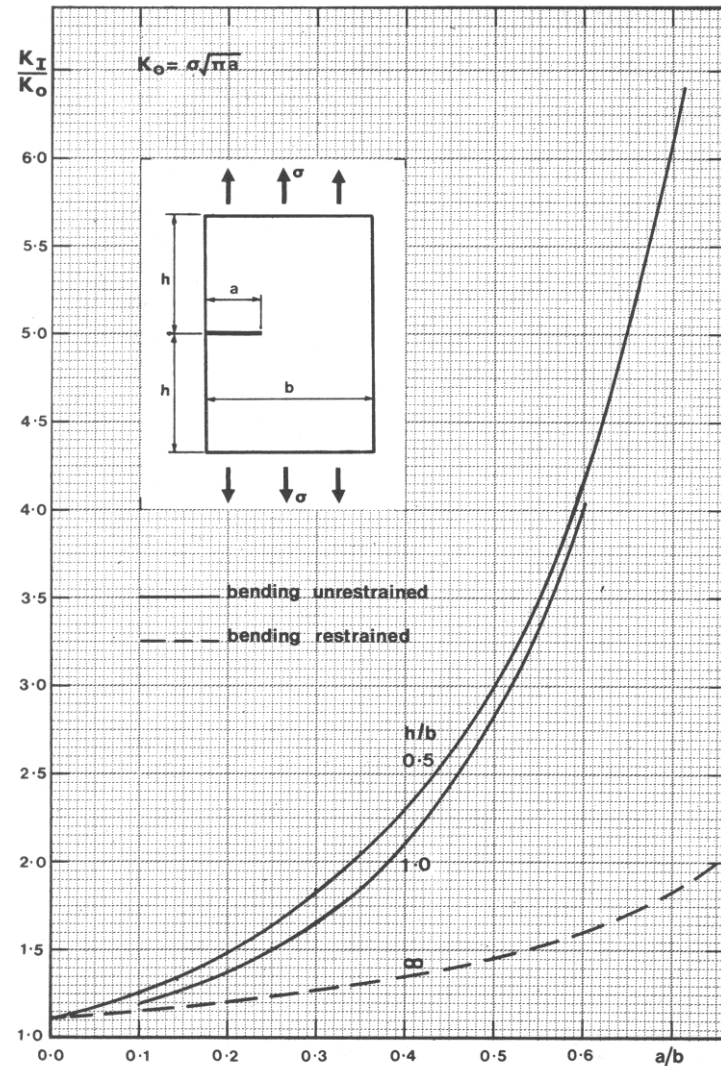
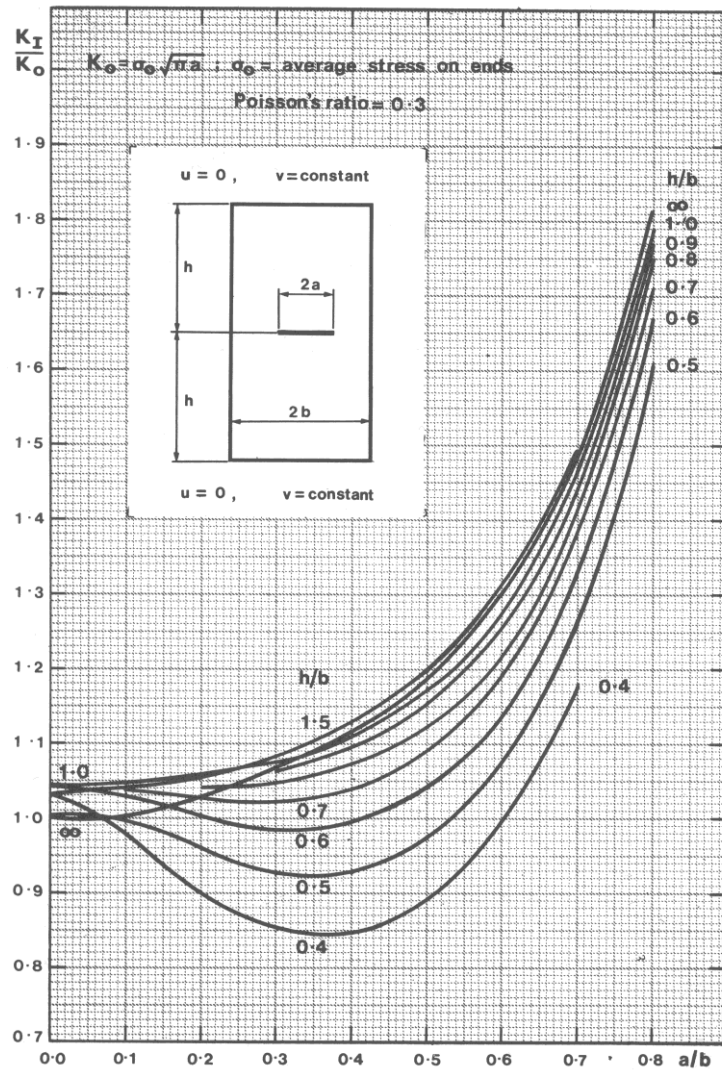
Průběh tvarových funkcí



$$K_I = \sigma(\pi \cdot a)^{\frac{1}{2}} \cdot Y_I\left(\frac{a}{W}\right),$$

Pro **stejnou zátěžnou sílu**, resp. nominální napětí a stejné rozměry zkušebního tělesa vyjdou **rozdílné hodnoty faktoru intenzity napětí** $\Rightarrow$ budeme-li zvyšovat zatížení nastane **nestabilní šíření trhliny** $\Rightarrow$ **LOM** dříve v tělese s kloubovým uložením

Korekční funkce - příklady

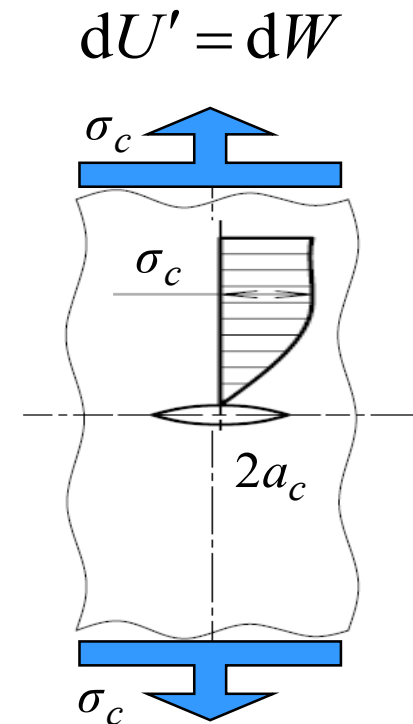


Mezní stav - LOM

- Okamžik lomu je možné vyjádřit pomocí FIN K :

$$K_{Ic} = Y \cdot \sigma_c \sqrt{\pi \cdot a_c}$$

- Veličinu K_{Ic} nazýváme **lomová houževnatost** a **charakterizuje odpor materiálu pro vzniku křehkého lomu.**
- Hodnota K_{Ic} závisí na materiálu a okolním prostředí.**



Definice mezního stavu z pohledu LM

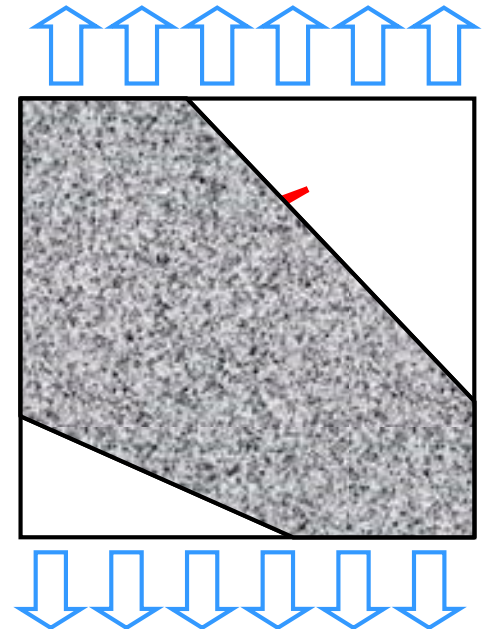
- ❑ **Mezním stavem konstrukce** je označován stav, který je z hlediska její funkce (vzhledem ke způsobu provozu, velikosti zatížení, inspekčním prohlídkám) nepřijatelný $\Rightarrow$ **porušení konstrukce lomem**.
- ❑ Úkolem lomové mechaniky je **poskytnout dostatečné podklady pro predikci** mezního stavu tzn. **zajištění bezpečného provozu konstrukcí s defekty** (trhlinami). Východiskem je poznávání a popis zákonitostí chování (únavových) trhlin a defektů.

➤ **Faktory mající vliv na chování trhlin, resp. bezpečnost konstrukce s trhlinami:**

- ❑ *Vnějšího zatížení (charakter a velikost), zbytkového pnutí,*
 $\Rightarrow$ ozn.: **σ** .
- ❑ *Konfigurace trhliny (poloha, tvar, velikost, počet) $\Rightarrow$ ozn.: **a** .*
- ❑ *Tvaru a rozměrů konstrukce – okrajové podm. $\Rightarrow$ ozn.: **W** .*
- ❑ *Mechanických vlastností materiálu konstrukce $\Rightarrow$ ozn.: **E** .*

Okamžitý stav konstrukce („bezpečnost“) je dán hodnou veličiny F :

$$F = F(\sigma, a, W, E)$$



$$F = F(\sigma, a, W, E)$$

- Základním požadavkem kladeným na veličinu F je její **geometrická invariantnost** $\Rightarrow$ která umožňuje určit/změřit její **kritickou hodnotu F_c pomocí jednoduchých zkušebních vzorků** a využít (přenést) tuto mezní/kritickou hodnotu na reálné konstrukce $\Rightarrow$ posouzení **bezpečnosti** reálných konstrukcí.
- Pokud je tento postup možný (geometrická invariantnost je splněna), lze F_c považovat za **materiálovou konstantu, *lomovou houževnatost materiálu***, která charakterizuje odpor daného materiálu proti vzniku lomu. $F = F(\sigma(W), a, E)$
- Hodnota F_c závisí obecně na:
 - *Struktuře materiálu: ozn. **m** .*
 - *Na podmínkách zatěžování (teplotě, prostředí, rychlosti deformace atd.): ozn. **T** .*

$$F_{c(\sigma, a, W, E)} = F_{c(\sigma, a, W, E)}(m, T)$$

- **Mezního stavu** dané konstrukce - **nestabilního šíření trhliny** - vyrobené z materiálu (m) a zatížené při podmínkách T je **dosaženo** pokud veličina F charakterizující okamžitý stav této konstrukce s trhlinou **vyhovuje nerovnici**:

$$F \geq F_c$$

- U houževnatých materiálů s významným elastoplastickým chováním předchází závěrečné ztrátě stability trhliny etapa stabilního pomalého růstu trhliny. Nestabilní šíření trhliny v těchto případech nastává pokud jsou splněny následující podmínky:

$$F \geq F_c$$

podmínka nestabilního šíření

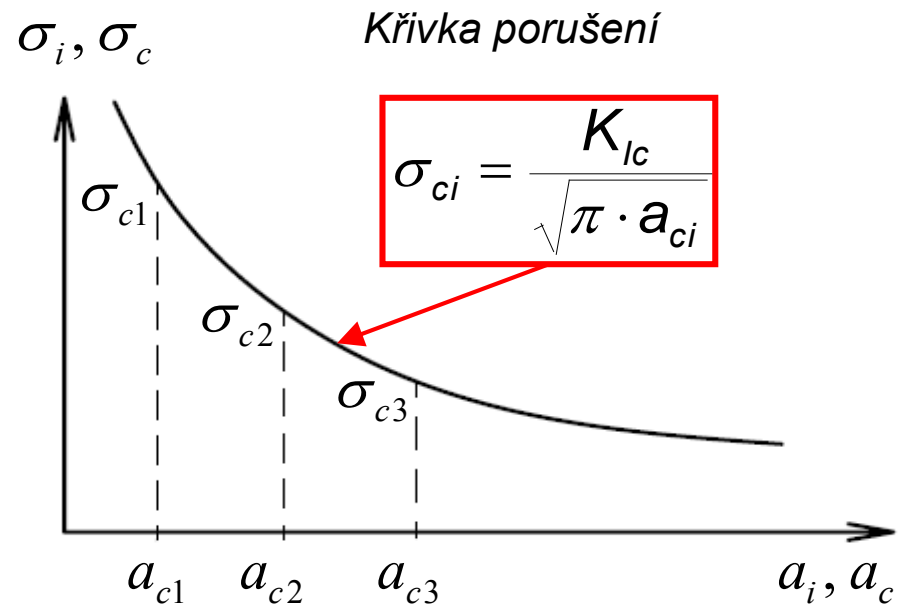
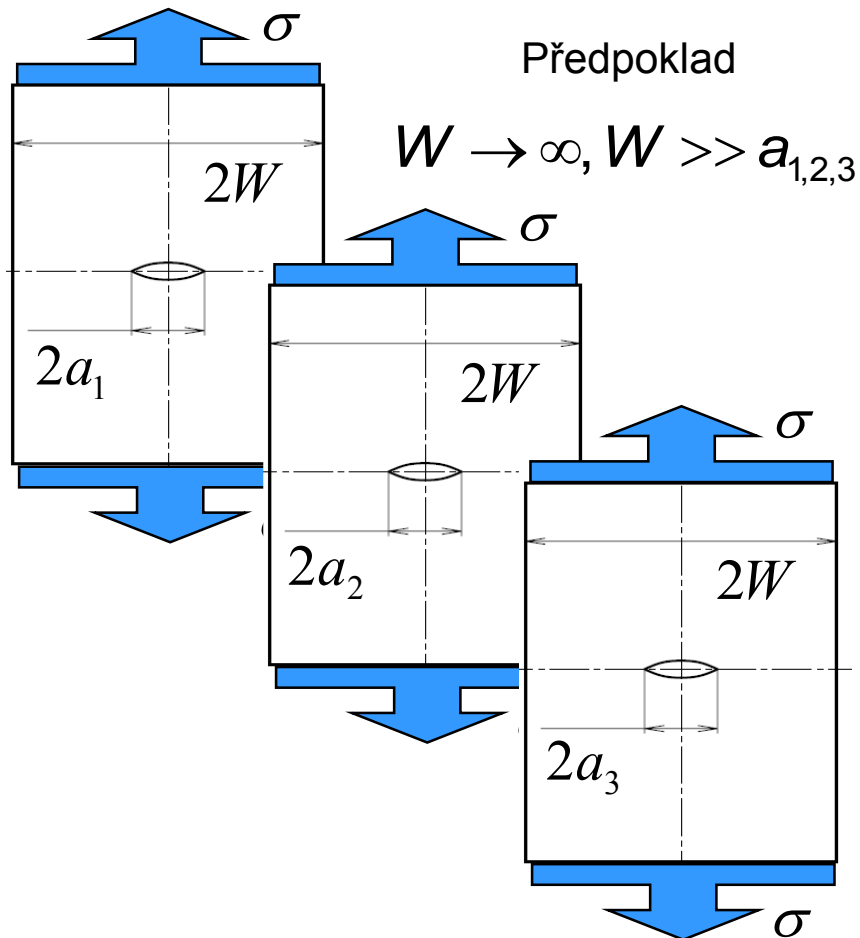
$$\frac{\partial F}{\partial a} \geq \frac{\partial F_c}{\partial a}$$

podmínka stabilního šíření

- Nejčastěji používané veličiny **F** pro vyjádření stability trhliny jsou:
 - **Faktor intensity napětí** (Stress intensity factor SIF) **K**.
 - **Rozevření trhliny** (Crack opening displacement) **COD**.
 - **Hnací síla trhliny** **G**, resp. Riceovův integrál **J-integrál**.

*Obecně se tyto veličiny nazývají **kriteria lomové mechaniky***

Důsledky **lomové houževnatosti** K_{Ic} jako materiálové charakteristiky

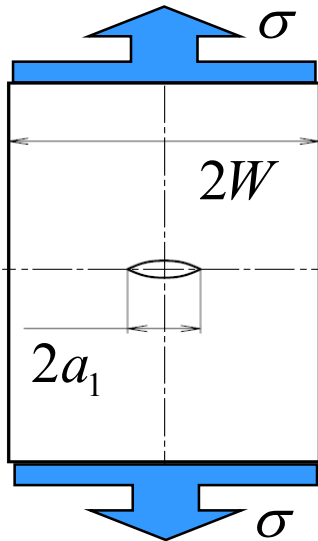


K_{Ic} je tzv. mezní hodnota faktoru intenzity napětí, která se nazývá
LOMOVÁ HOUŽEVNATOST

Důsledky **lomové houževnatosti K_{Ic}** jako materiálové charakteristiky

- Vypočteme-li u dvou těles různých tvarů s různým zatížením (materiál a podmínky zatěžování musí být “stejné”) stejnou **hodnotu lomového kritéria ($K, G, J, \dots$)** na čele trhliny, potom se lze domnívat, že i **stav napjatosti** v okolí trhliny je srovnatelný a **trhliny se budou chovat stejně**.

Poznámka: Ukazuje se, že popis stavu napjatosti pomocí jednoho parametru nemusí být v některých případech dostatečný $\Rightarrow$ dvouparametrová lomová mechanika.



V laboratoři změříme hodnotu **lomové houževnatosti** dle příslušné normy $\Leftarrow$ v okamžiku, kdy dojde k lomu vzorku.

Na reálné konstrukci vypočteme hodnotu **lomového kritéria** (např. pomocí MKP) na čele potenciálně nebezpečné trhliny při provozním zatížení.

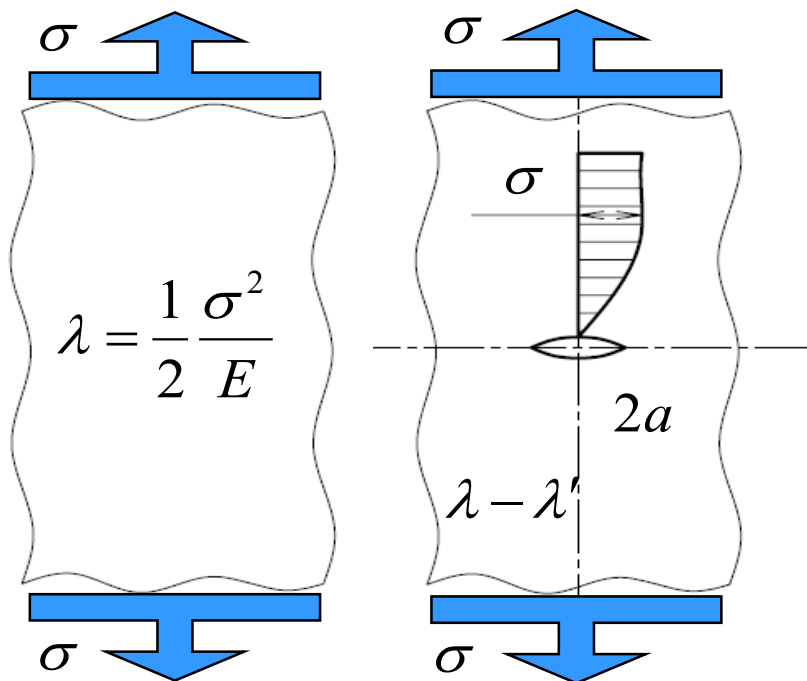


$$K_{Ic} \leq K$$

!!! LOM !!!

Energetický přístup ke stanovení lomové houževnatosti, resp. **Griffitovo energetické řešení**

- Okamžik porušení je dán aktuální energetickou bilancí v tělese. Porušení (křehký lom) může nastat pokud je splněna rovnost mezi **uvolněnou deformační energií** při vzniku trhliny a **energií** potřebnou **na vytvoření** nových **volných lomových povrchů**.

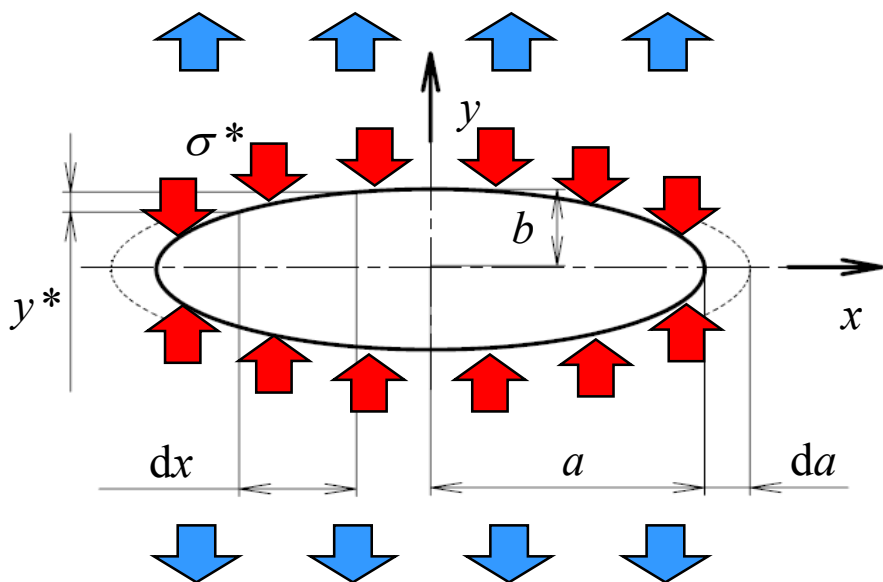


Trhlina o délce $2a \Rightarrow$ lícni plochy nejsou zatíženy $\Rightarrow$ pokles napětí na nulu $\Rightarrow$ pokles hustoty deformační energie v desce o λ' .

Při vzniku trhliny se uvolní deformační energie U' , která je využita na tvorbu nových lomových povrchů.

$$U' = \int_V \lambda' dV$$

- Množství uvolněné deformační energie U' lze přibližně odhadnout na základě úvahy o práci potřebné k uzavření již vzniklé trhliny v zatíženém tělese (*předpoklad nekonečného tělesa*) $\Rightarrow$ princip ekvivalence.
- K lícním plochám trhliny přiložíme takové napětí $\sigma^* \leq \sigma$, jehož působením se trhlina uzavře.



$$\sigma^* = f \cdot \sigma$$

$$y^* = f \cdot y$$

$$0 \leq f \leq 1$$

$$E^* = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

Práci potřebnou k uzavření trhliny v desce o tloušťce B lze vyjádřit jako:

$$U' = 2B \iint \sigma^* dx dy^* = 2B \int_{-a}^{+a} \int_0^1 f \sigma dx \cdot y df =$$

$$= \frac{1}{2} B \sigma \pi a b \quad \left/ \int_{-a}^{+a} y dx = \frac{\pi a b}{2} \right., \quad b = \frac{2 \sigma a}{E^*}$$

poloviční plocha elipsy

plyne z řešení rozevření trhliny

$$U' = \frac{\pi B \sigma^2 a^2}{E^*}$$

Definice mezního stavu z pohledu LM

Zvětší-li se trhlina o délku $2da$, zvětší se uvolněná def. energie U' o veličinu:

$$dU' = \frac{\partial U'}{\partial a} da + \frac{\partial U'}{\partial \sigma} d\sigma = \frac{\partial U'}{\partial a} da = \frac{2\pi B \sigma^2 a da}{E^*}$$

Na tvorbu nových volných povrchů (lícnic ploch) trhliny o velikosti $4Bda$ musí být dodána energie dW .

$$dW = 4B\gamma \cdot da$$

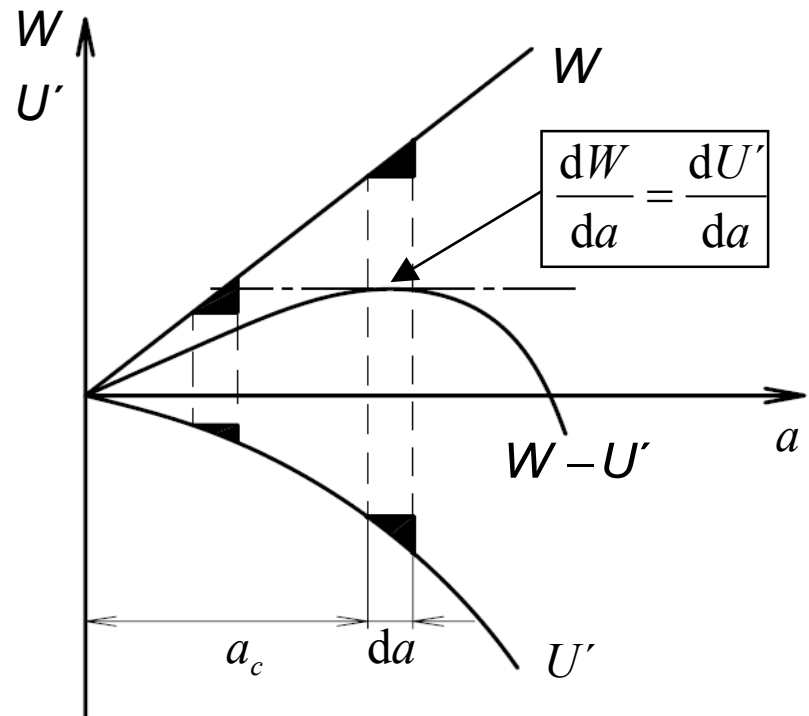
kde γ je specifická povrchová energie trhliny.

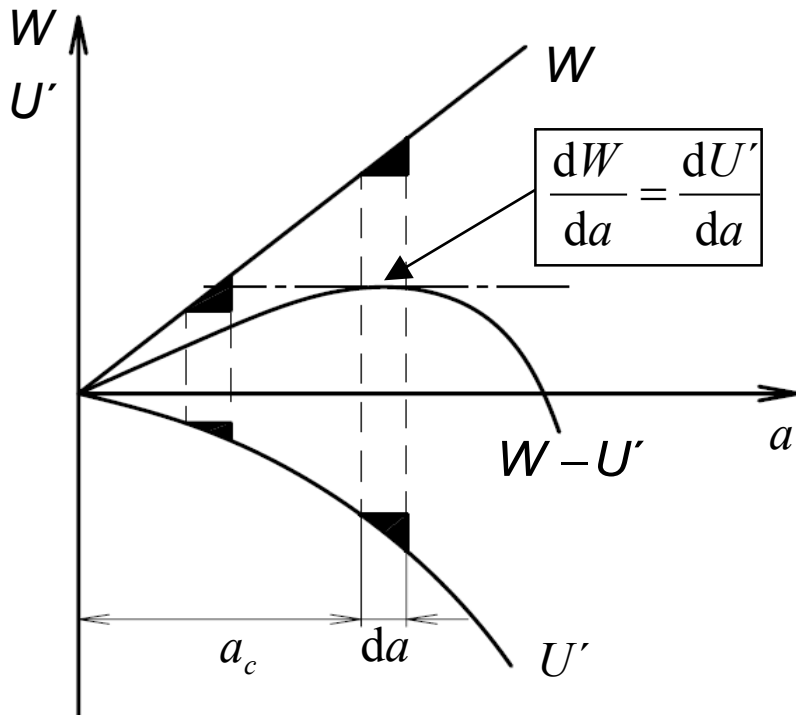
Kritický stav nastane v okamžiku, kdy okamžitý přírůstek uvolněné deformační energie dU' se právě rovná okamžité spotřebě povrchové energie dW . Energetická bilance se potom vyjádří jako:

$$dU' = dW$$

$$2\pi B \sigma^2 a da / E^* = 4B\gamma \cdot da$$

$$\sigma_c^2 \pi \cdot a_c = 2\gamma \cdot E^* = K_{Ic}^2$$

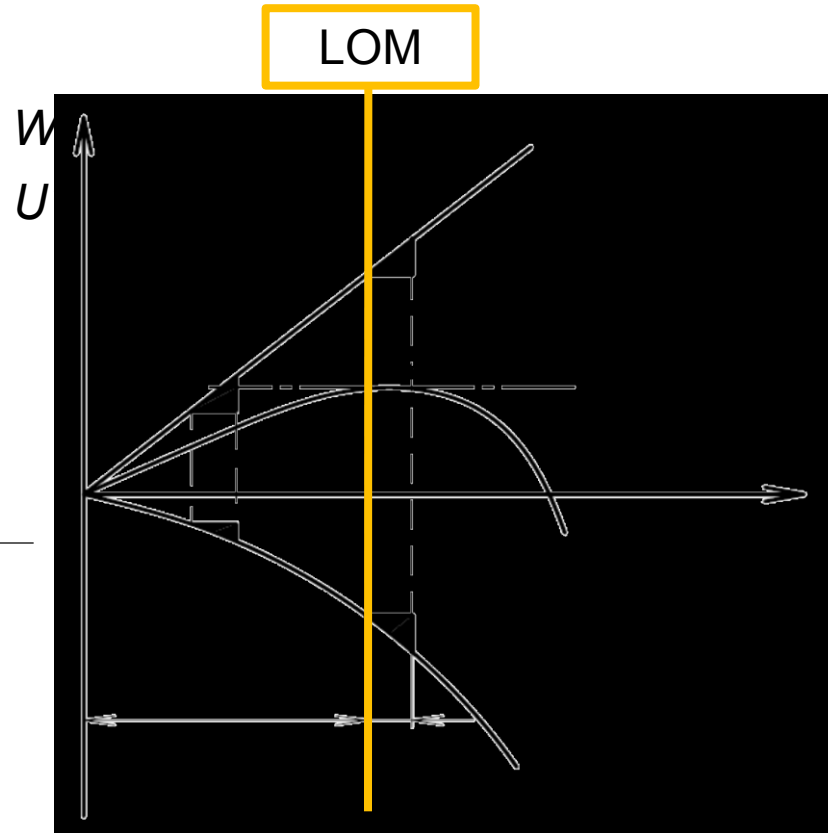
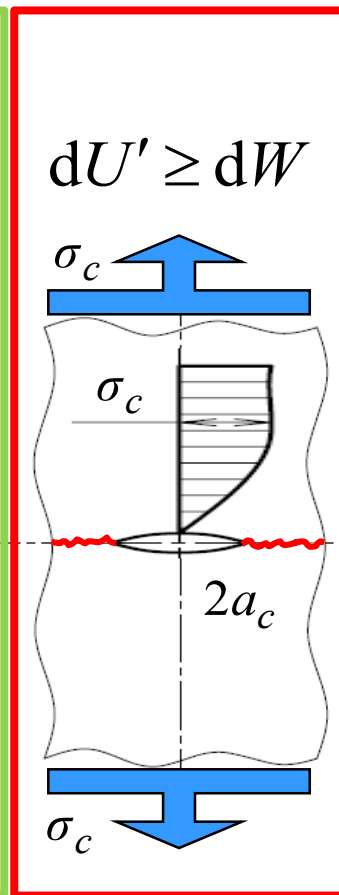
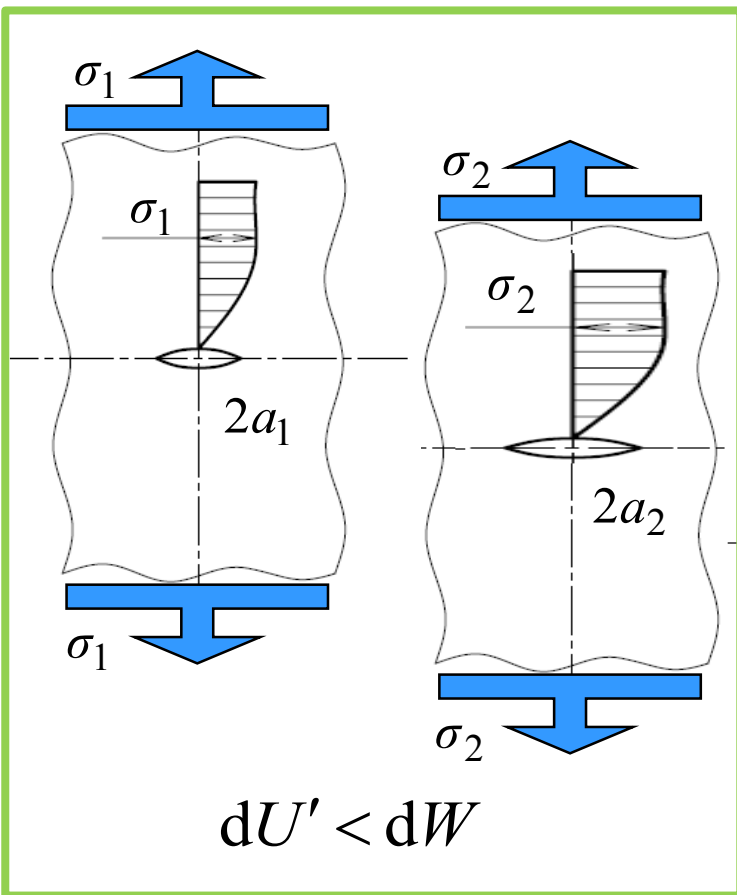




- Pokud bude aktuální délka trhliny v tělese $a \leq a_c$, je množství uvolněné energie při jejím růstu menší než množství energie potřebné k vytvoření nových lícních ploch a k růstu trhliny nedojde, pokud nebude další energie přivedena z vnějšku.
- Pokud bude trhlina delší než a_c , tak nastane její nestabilní šíření, množství energie potřebné pro vznik lomových ploch se je menší, než množství uvolněné deformační energie - deska se poruší bez nároku na dodatečný přísun energie z vnějšku.

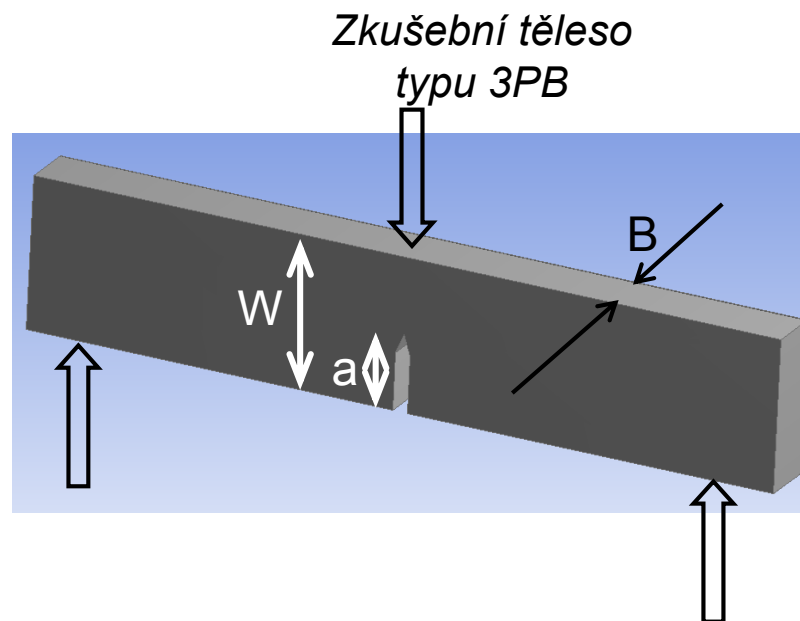
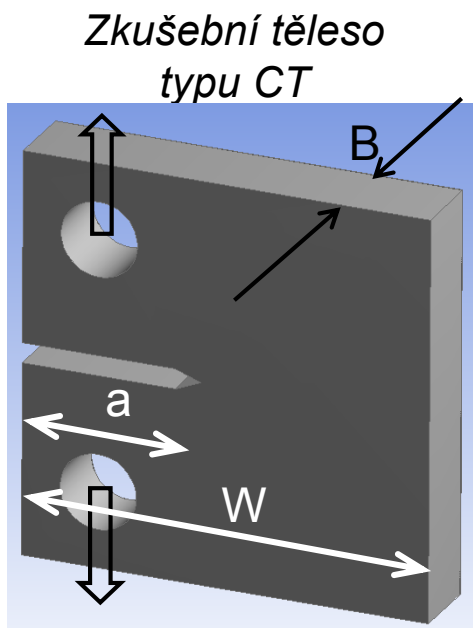
Poznámka:

- γ je specifická povrchová energie trhliny ideálně křehkého tělesa (sklo).
- U konstrukčních ocelí je lomová houževnatost ovlivněna plastickou deformací na čele trhliny $\Rightarrow$ ke γ je nutno připočítat plastickou složku γ_{pl} .



Měření a výpočet lomové houževnatosti

- Měření lomové houževnatosti je normalizováno, normy ČSN, ASTM.
- Používá se několik typů zkušebních vzorků, z nichž dva 3PB a CT zkušební vzorky jsou zde uvedeny.
- Rozměry standardních zkušebních těles musí vyhovovat požadavků, které zaručují zachování podmínek rovinné deformace (*dostatečně malá plastická zóna na čele trhliny*). Základní rozměry zkušebních těles a způsob jejich zatěžování stanoví příslušná norma, přičemž stěžejní je tloušťka vzorku **B**.



Zachování podmínek rovinné deformace – kontrola rozměrů vzorků po

dokončení zkoušky:

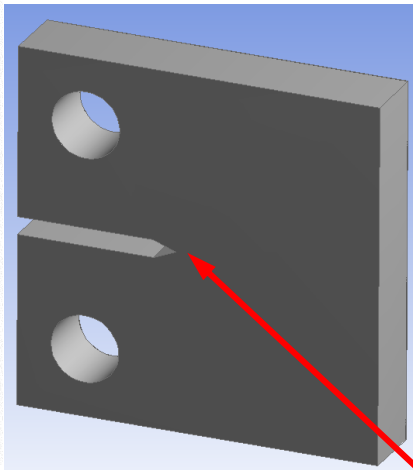
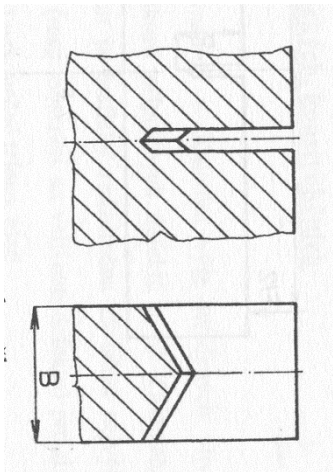
$$B \geq 2,5 \left(\frac{K_{Ic}}{R_{p0,2}} \right)^2, \quad a \geq 2,5 \left(\frac{K_{Ic}}{R_{p0,2}} \right)^2, \quad (W - a) \geq 2,5 \left(\frac{K_{Ic}}{R_{p0,2}} \right)^2$$

U materiálů s vysokou LH a nízkou mezí kluzu, kde splnění podmínek malé plastické zóny indukuje neúměrně velké rozměry vzorků je LH určována např. pomocí měření rozevření trhliny – CTOD (bude přednášeno později).

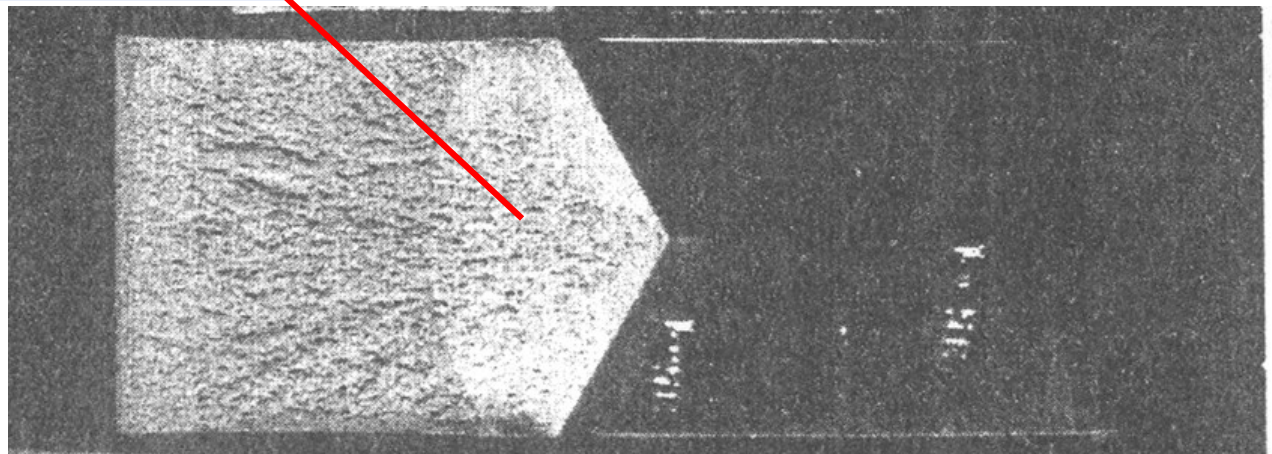
SLITINA	$R_{p0,2}$ [MPa]	K_{Ic} [MPa.m ^{1/2}]	B_{min} [mm]
martenzitická ocel	1 962	56	2,1
austenitická ocel	343	195	810
uhlíkatá ocel	235	217	2 150
Ti6Al4V	1 099	38	3
AlZn6Mg2Cu	540	29	7,3
AlCu4Mg1	392	34	19
Kompozity WC-Co	300	13	4,7
PMMA	30	1	2,8

Minimální tloušťky těles pro měření LH.

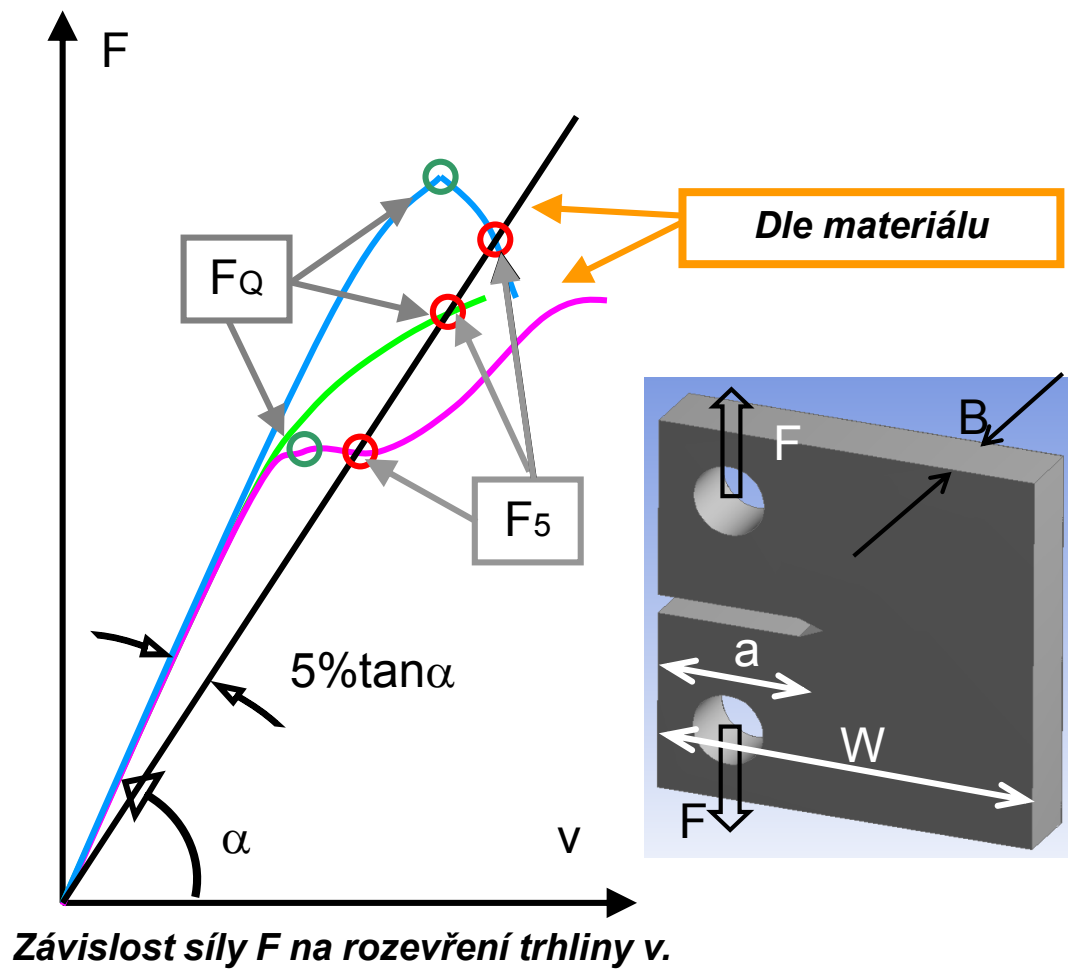
Naměřená hodnota lomové houževnatosti **výrazně závisí na poloměru čela vrubu** $\Rightarrow$ před vlastní zkouškou je v umělém vrubu ještě **iniciována únavová trhlina** $\Rightarrow$ podmínky pro cyklické zatěžování a délku “předcyklované” trhliny upravuje příslušná norma.



*“Předcyklování” únavové
trhliny – ideálně ostré čelo
trhliny.*

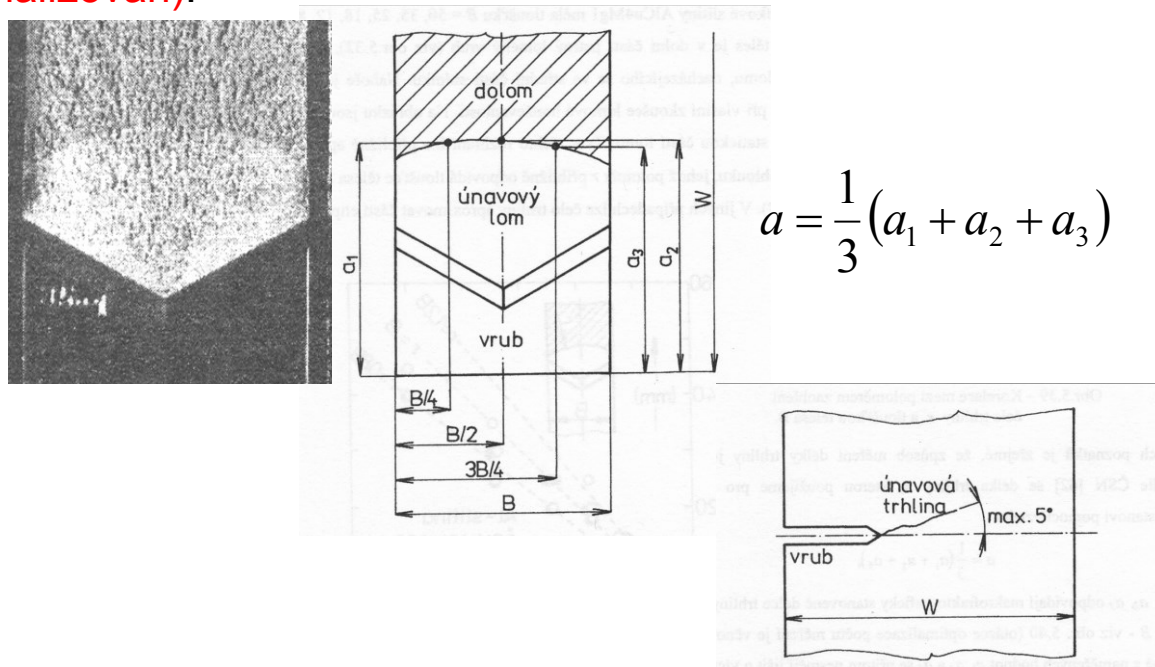


- Při zkoušce je snímána závislost aplikované síly na rozevření trhliny.



- Pro vyhodnocení lomové houževnatosti je nezbytné stanovit **kritickou délkou trhliny** a_c , **při které došlo k lomu**, a která je určována z makromorfologie lomové plochy po provedení zkoušky, tedy po rozlomení zkušebního tělesa.

Ve výpočtu LH je uvažována **smluvní délka trhliny** (způsob vyhodnocení **normalizován**):



- Výpočet lomové houževnatosti vychází z empiricko-analytických vzorců, které jsou uvedeny v příslušných normách a odpovídají danému typu zkušebního vzorku.
- V prvním kroku je vypočtena tzv. **provizorní hodnota lomové houževnatosti**, jejíž správnost je následně **ověřována vzhledem k požadavku plnění podmínek rovinné deformace**. Není-li požadavek splněn, je nutné upravit rozměry zkušebního tělesa, nebo zvolit jinou metodiku měření.

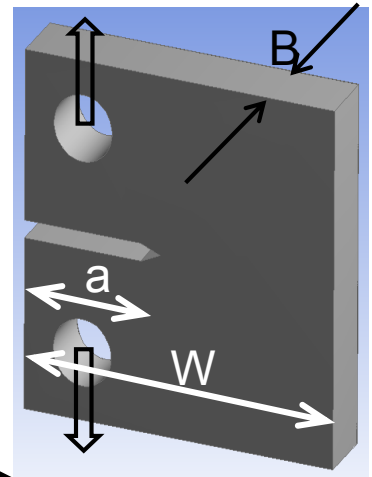
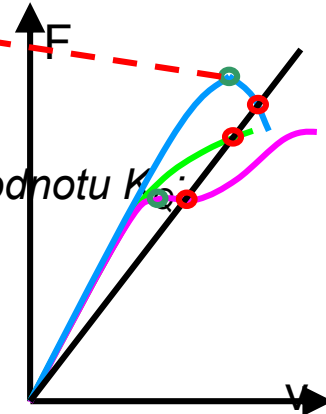
Např. pro zkušební těleso typu CT:

Výpočet provizorní lomové houževnatosti dle ASTM:

$$K_Q = \frac{F_Q}{BW^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{2}{3}}} \left[0.886 + 4.64 \left(\frac{a}{W}\right) - 13.32 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14.72 \left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.6 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right]$$

$$B \geq 2.5 \left(\frac{K_Q}{R_{p0.2}} \right)^2, \quad a \geq 2.5 \left(\frac{K_Q}{R_{p0.2}} \right)^2, \quad (W - a) \geq 2.5 \left(\frac{K_Q}{R_{p0.2}} \right)^2.$$

Ověření předpokladů pro hodnotu K_Q :



Lomová houževnatost jako materiálová charakteristika

□ Lomová houževnatost K_{Ic} obecně závisí na:

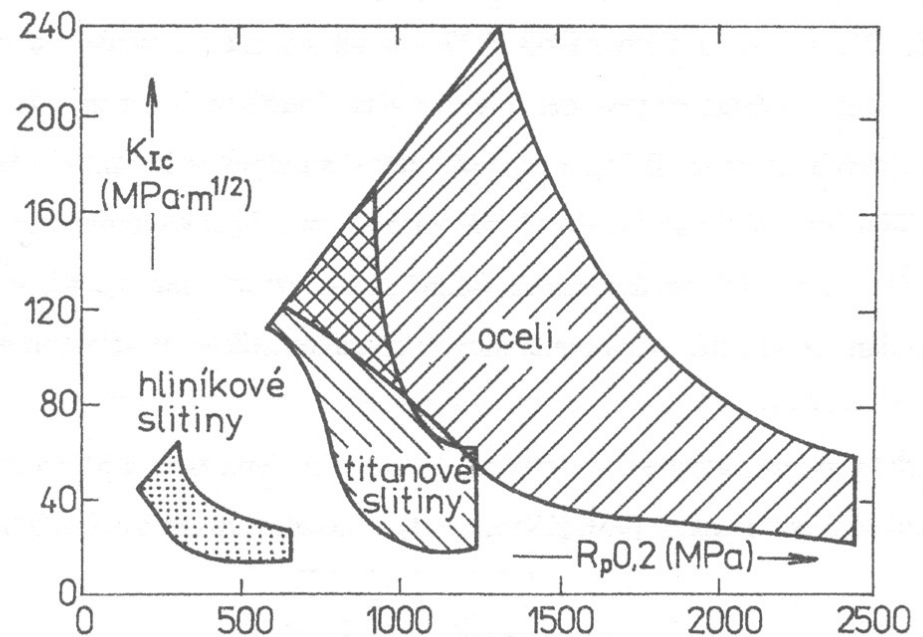
- materiálu tělesa (struktura, zrna, atd.)
- charakteru okolního prostředí – teplota, chemické složení (agresivita), atd.
- rychlosti deformace

• rozměrech tělesa



Je-li to pravda $\Rightarrow$ nejedná se o skutečnou materiálovou charakteristiku.

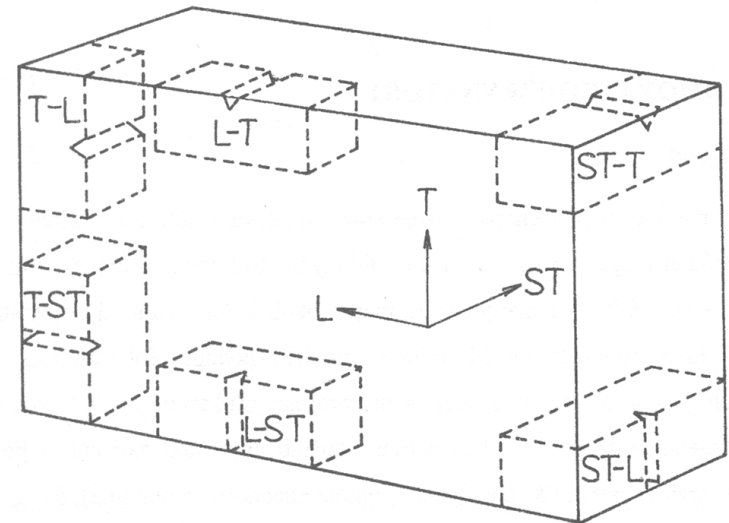
Orientační hodnoty lomové houževnatosti konstrukčních materiálů



Vliv materiálu a jeho struktury

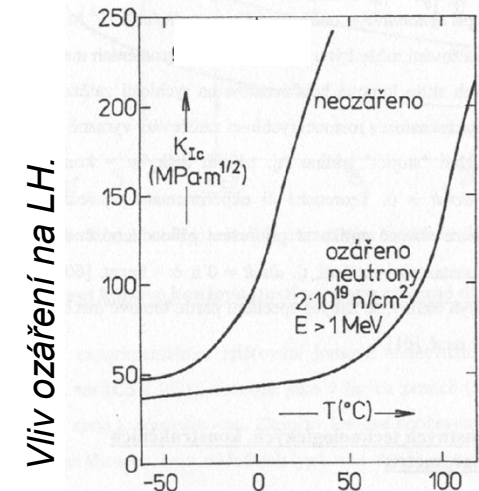
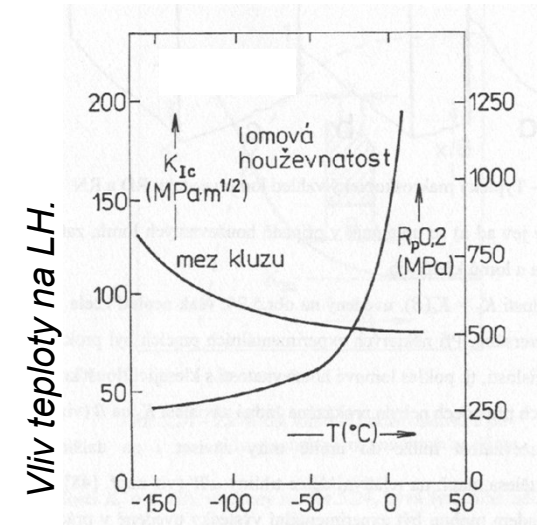
- Vliv chemického složení, legujících prvků a nečistot.
- Vliv struktury materiálu
 - tvar a zpracování polotovaru (válcování za tepla vs. válcování za studena),
 - závislost na způsobu a místě odběru materiálu pro zkušební vzorky $\Rightarrow$ rozdíl v naměřené lomové houževnatosti může být až několik desítek procent.

Možnosti odběru materiálu pro výrobu zkušebních vzorků.



Vliv teploty a prostředí

- Vliv teploty je poplatný chemickému složení materiálu.
- U ocelí dochází s růstem teploty k **růstu lomové houževnatosti a poklesu meze kluzu** (platí v oblasti nízkých teplot). Po překročení mezní teploty dochází opět k poklesu lomové houževnatosti.
- U hliníkových a niklových slitin se lomová houževnatost s klesající teplotou nemění, nebo může i růst.
- Agresivní prostředí přispívá ke snižování hodnoty lomové houževnatosti díky korozi, vodíkovému křehnutí, radiační křehnutí atd.

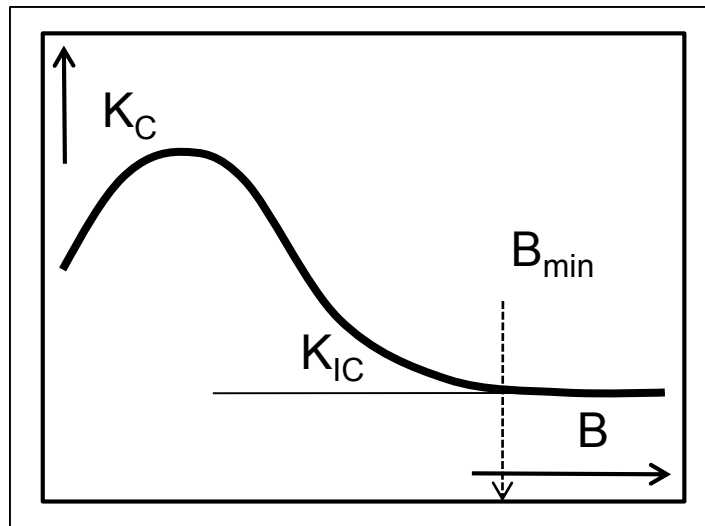


Vliv rychlosti zatěžování resp. deformace

- Klasické zkoušky lomové houževnatosti se odehrávají při poměrně nízkých rychlostech a zatěžování může být považováno za kvazistatické.
- V technické praxi jsou však tělesa často zatěžována podstatně vyššími rychlostmi.
- Podle rychlosti zatěžování je možné lomovou houževnatost rozdělit na (J.Kunz):
 - *Lomovou houževnatost při kvazistatickém zatěžování.*
 - *Lomovou houževnatost při rychlém zatěžování.*
 - *Lomovou houževnatost při dynamickém zatěžování.*
- Chování konstrukčních materiálů vzhledem k rychlosti zatěžování není jednotné, od naprosté nezávislosti až po významný pokles lomové houževnatosti s rostoucí rychlostí zatěžování.
- Speciální případy jsou řešeny pomocí teorie **dynamiky lomu**.

Vliv rozměrů tělesa

- Závislost lomové houževnatosti – kritické hodnoty lomových kriterií - na rozměrech tělesa s trhlinou/defektem není v souladu s požadavkem geometrické invariantnosti.
- Ukazuje se, že hodnota lomové houževnatosti daného materiálu se může měnit především v závislosti na **tloušťce** tělesa ozn. **B** , tedy v závislosti na stavu rovinné deformace, resp. napjatosti.

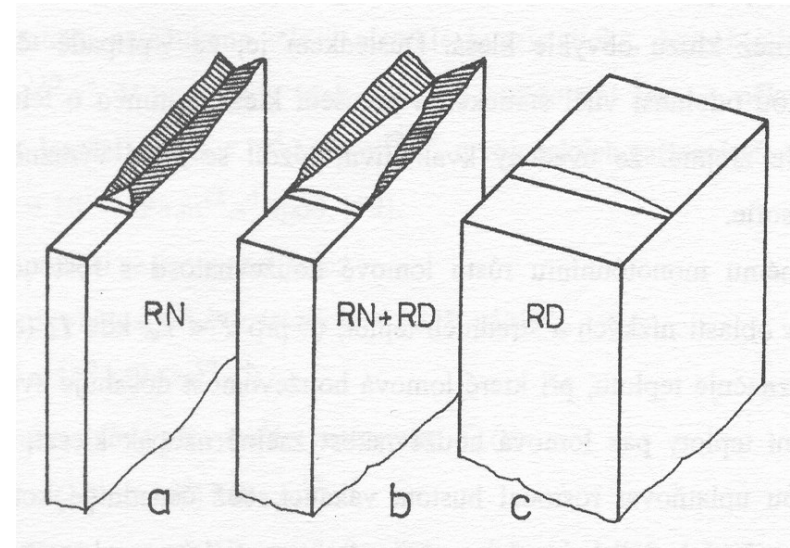


Vliv tloušťky zkušebního vzorku na hodnotu lomové houževnatosti.

Vliv rozměrů tělesa

Změna lomové houževnatosti v závislosti na tloušťce tělesa může být způsobena:

- U těles malé tloušťky převažuje stav **rovinné napjatosti**, což usnadňuje plastické deformace materiálu a tím otupení čela trhliny => vyšší LH. Velikost plastické zóny na čele trhliny může být v podmínkách RN až **3x větší** než v podmínkách RD. Rozdílné stavy napjatosti se projevují změnou **makromorfologie** lomové plochy.
- U rozměrných těles, kde je exponovaný velký objem materiálu se může uplatnit teorie nejslabšího článku, kdy s **rostoucím objemem** materiálu **roste i pravděpodobnost výskytu výraznějšího defektu**, který vede k iniciaci lomu => nižší LH.
- Uvedená **závislost lomové houževnatosti na tloušťce neplatí zcela obecně!**
- Problematika závislosti LH na geometrických rozměrech přichází na pořad dne především v případech, kdy je při dimenzování konstrukce nutné aplikovat experimentální data získaná na zkušebních vzorcích odlišných velikostí.



Makroskopický vzhled lomové plochy.