

Přednášky

část 2

Únavové křivky a faktory, které je ovlivňují

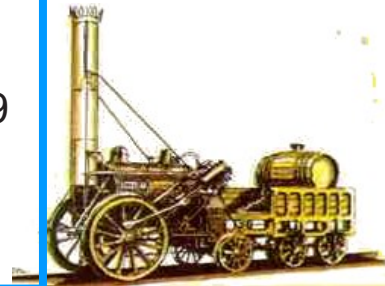
Milan Růžička

Únavové křivky napětí

(stress-life curves.....S-N curves)

Historie únavy materiálu

- 19. století $\Rightarrow$ rozvoj technického poznání $\Rightarrow$ rozšíření možnosti využití oceli a kovových materiálů v běžné praxi.
- Rozvoj železniční dopravy $\Rightarrow$ parní lokomotiva Mr. G. Stephenson 1829
- Stavebnictví (mosty a nosné konstrukce) $\Rightarrow$ Eiffelova věž 1889.
- Rozvoj lodní dopravy

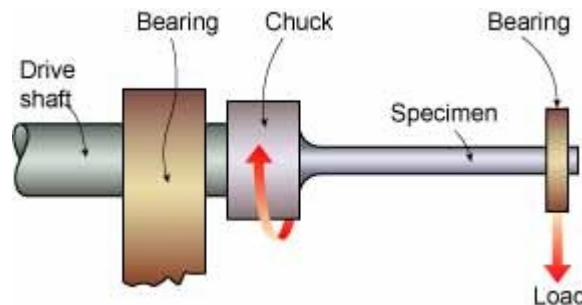


Výrazný technický pokrok $\Rightarrow$ rostoucí počet havárií – lomy konstrukcí

Lomy os železničních soukolí (konec 19 st.)

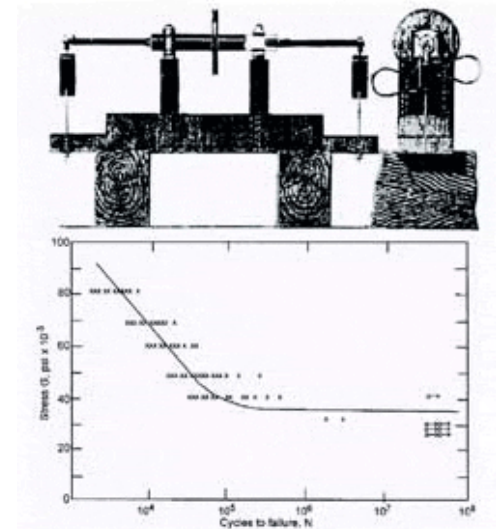
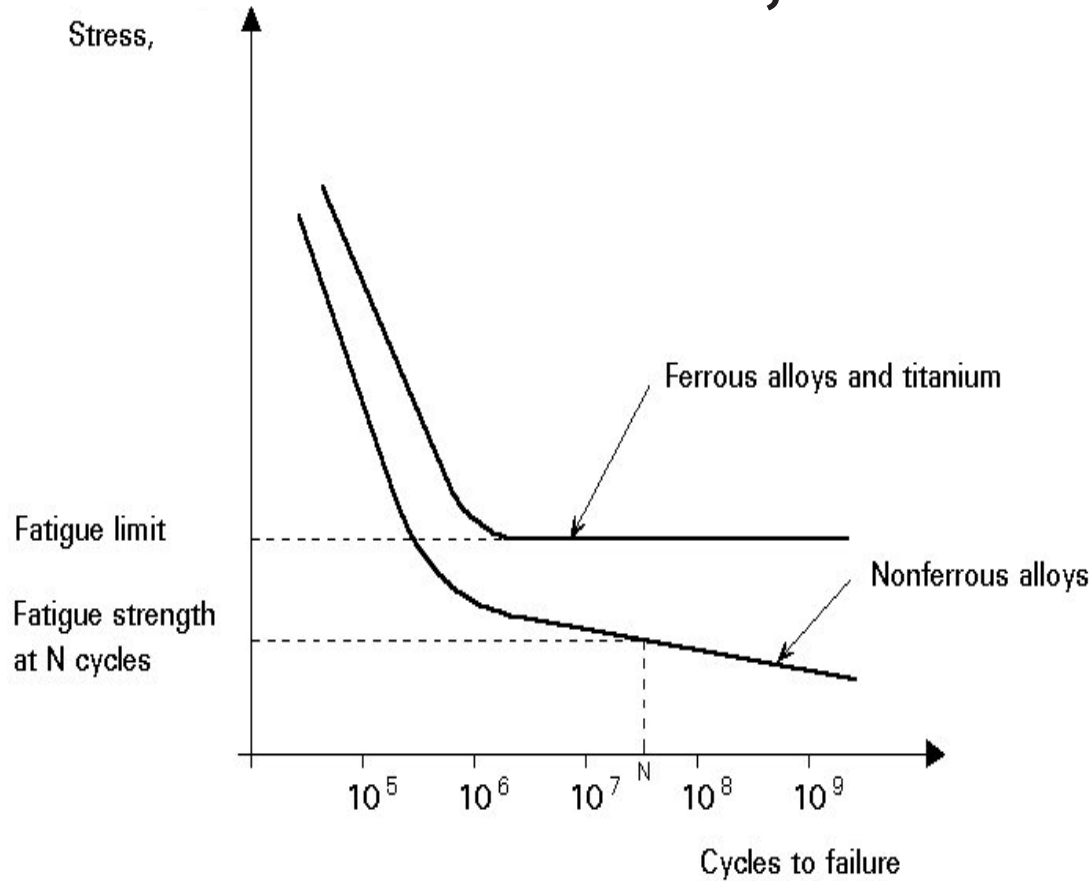


August Wöhler (1819-1914)



Únavová křivka napětí:

S-N křivka, Wöhlerova křivka

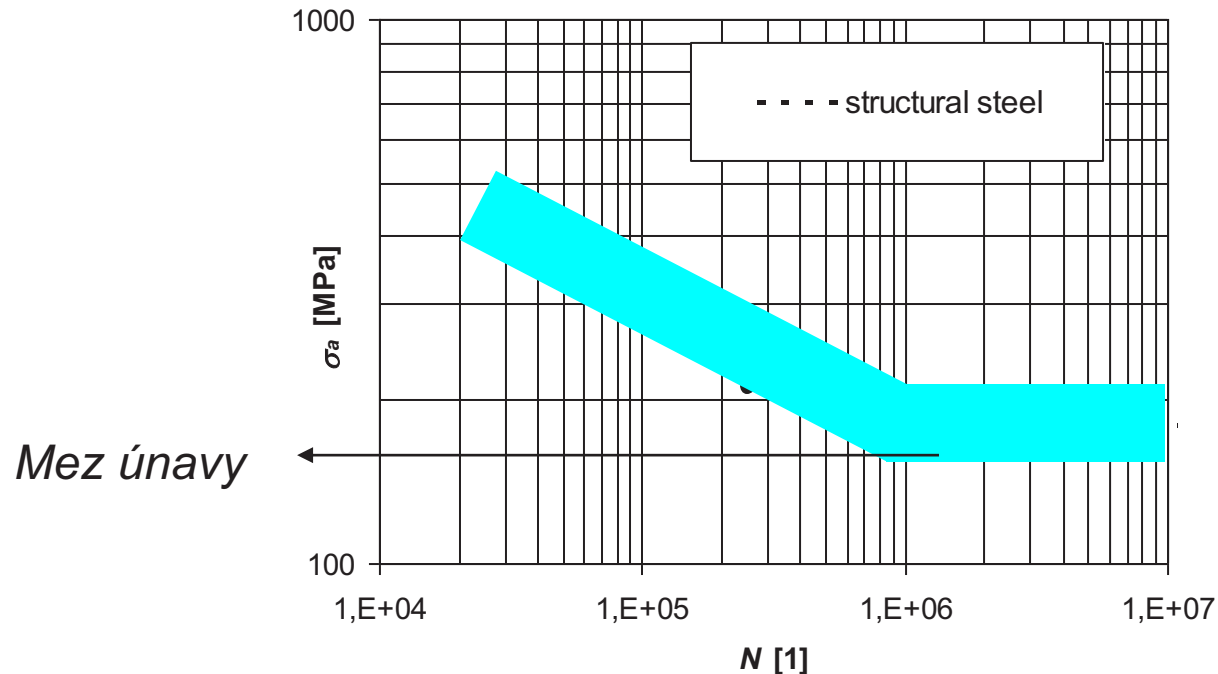


www.ncode.com

Figure 8 S-N curves with and without fatigue limits (schematic)

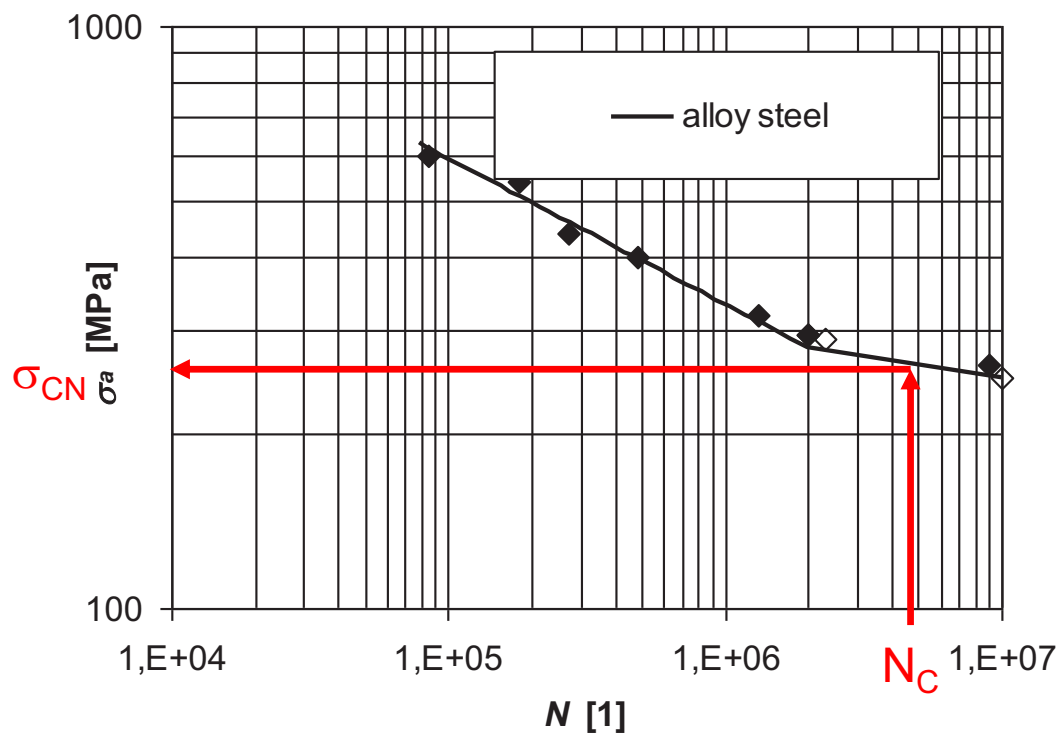
Únavová křivka napětí:

S-N křivka, Wöhlerova křivka



- řízení síly, napětí – měkké zatěžování
- $R = konst.$, or $\sigma_m = konst.$
- Mez únavy (Endurance limit, Fatigue limit) σ_C
- Pravděpodobnost poruchy P [%]

Dnes víme:
mez únavy neexistuje –
Chápejte ji jako „smluvní mez“



Definujeme tzv.
Časovanou mez únavy pro
danou bázi N_C kmitů

MIL-HDBK-5J
31 January 2003

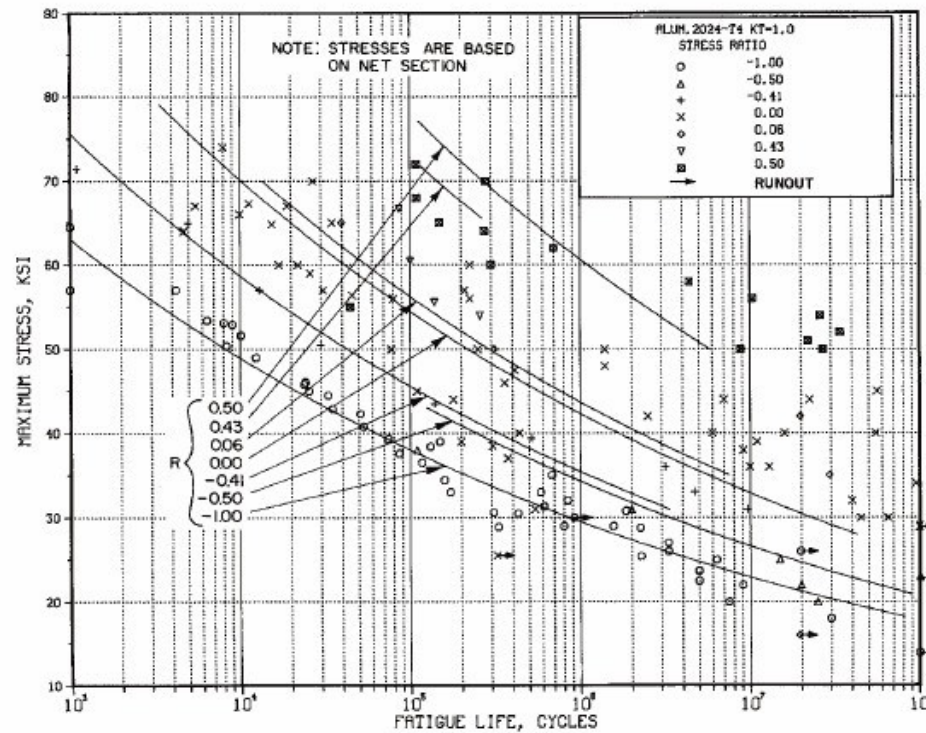
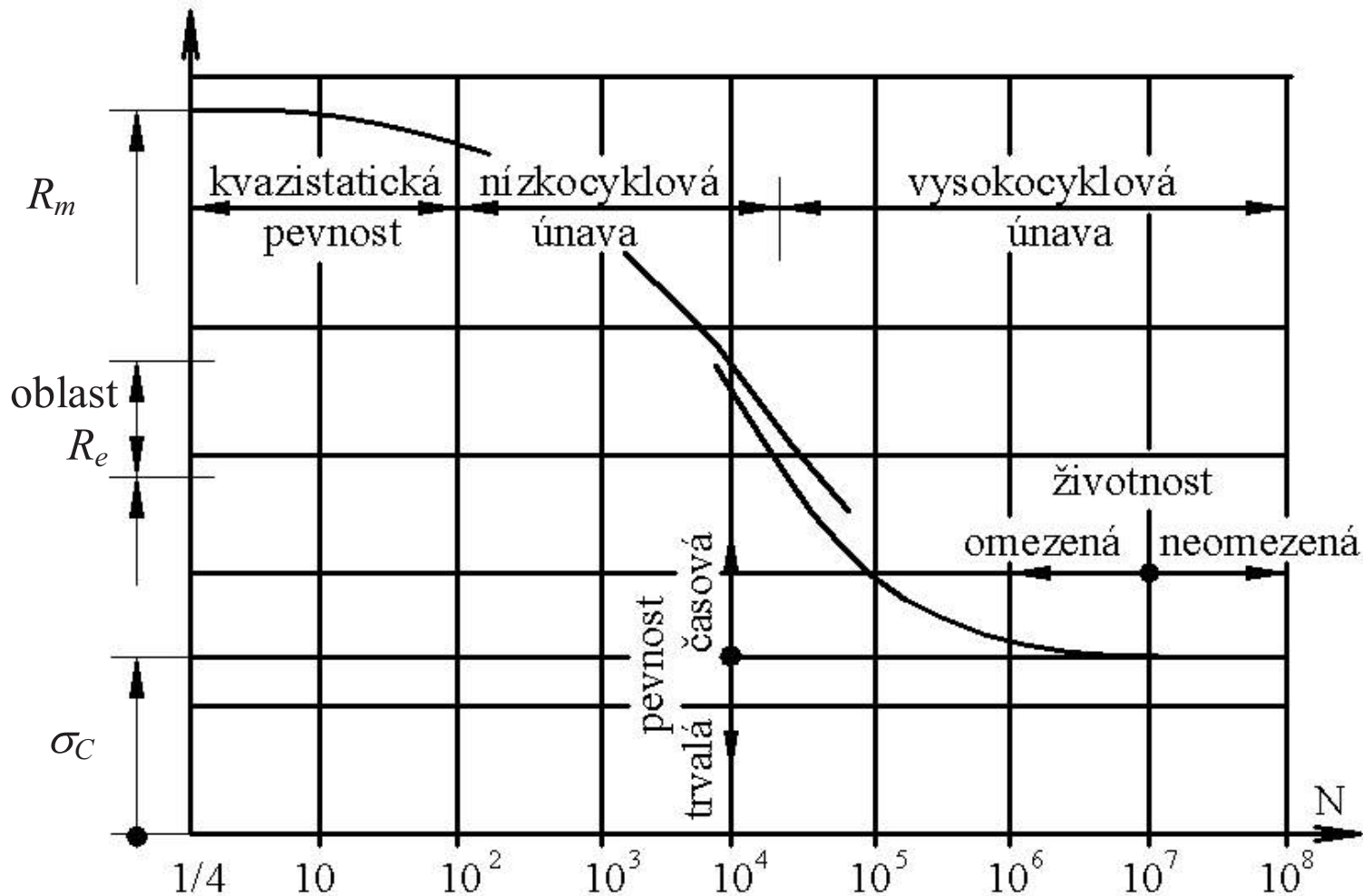


Figure 3.2.3.1.8(a). Best-fit S/N curves for unnotched 2024-T4 aluminum alloy, various wrought products, longitudinal direction.

Únavová křivka napětí:

Oblasti únavové pevnosti a životnosti

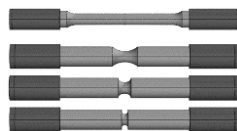


Oblasti únavové pevnosti a životnosti

1. Kvazi-statická pevnost ($N < 10^2$ cyklů)
2. Nízko-cyklová únava ($10^2 < N < 5 \cdot 10^5$ cyklů)
3. Vysoko-cyklová únava ($5 \cdot 10^5 < N < 2 \cdot 10^6$ cyklů)

Typy únavy

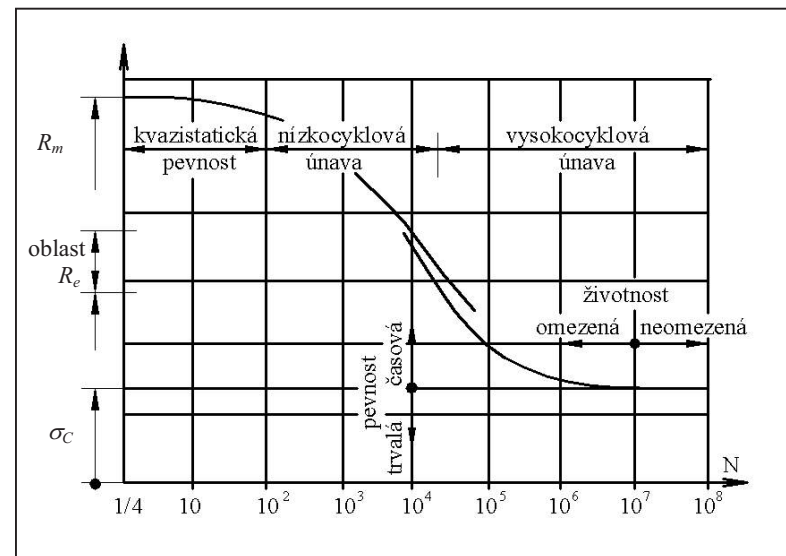
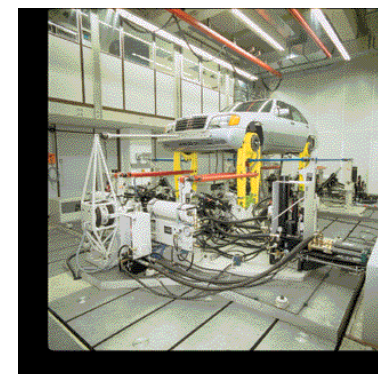
- Únava materiálu



- Únava součástí

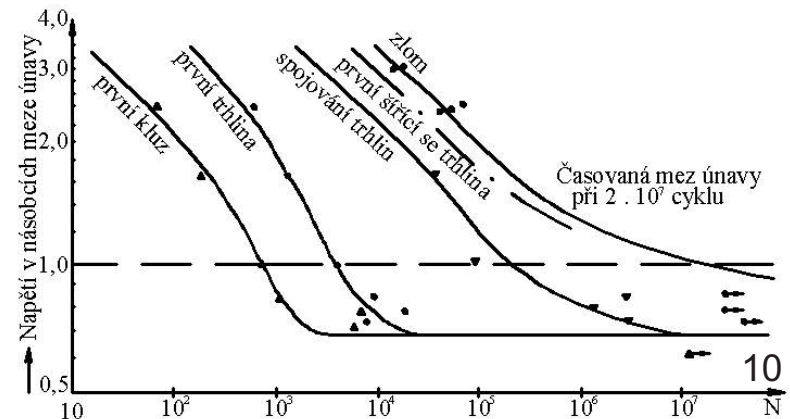
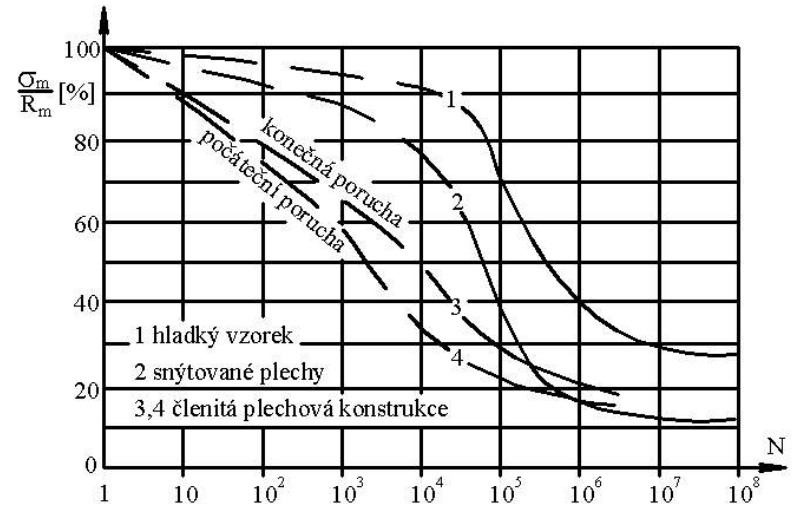
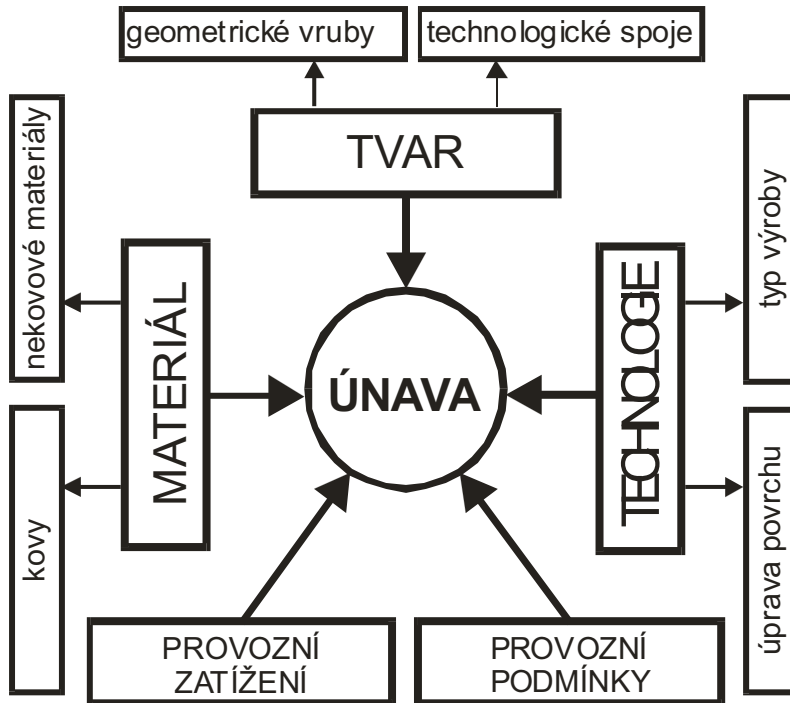
- Únava konstrukčních uzlů

- Únava konstrukce

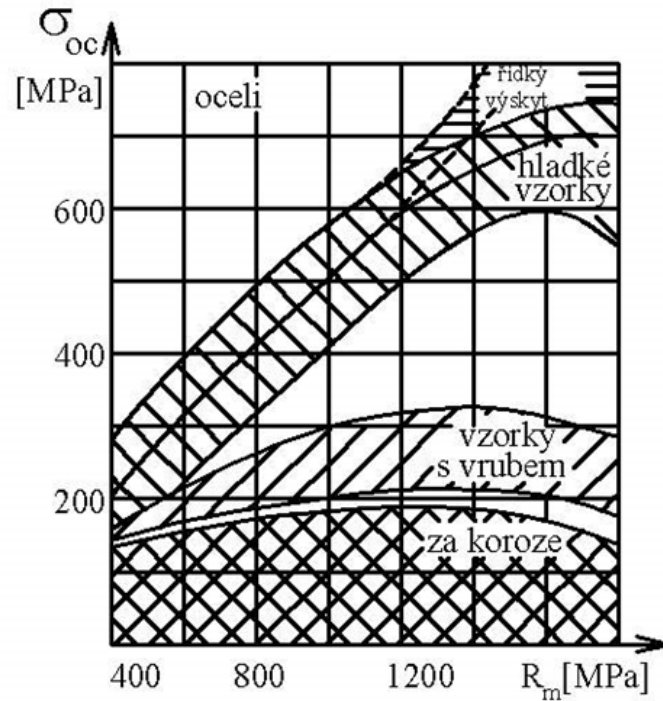
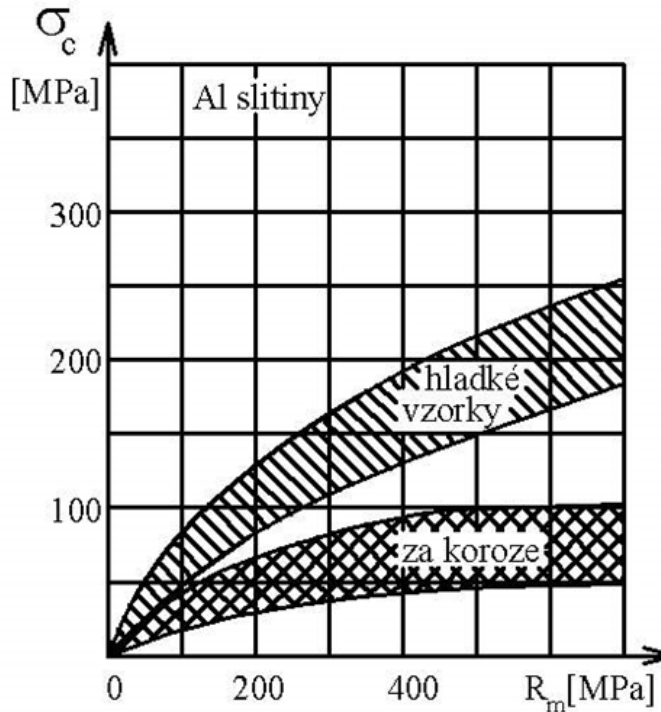


Hlavní faktory ovlivňující únavový proces, fáze únavového procesu

Hlavní faktory



Odhad meze únavy



Uhlík. oceli ($P=1\%$):
Střídavý tah-tlak: $\sigma_c = 0,33 (0,35) R_m$
Míjivý tah-tlak: $\sigma_{hc} = 0,61 R_m$
Střídavý ohyb: $\sigma_{oc} = 0,43 R_m$
Střídavý krut: $\tau_c = 0,25 R_m$

Wöhlerova křivka – popis šikmé části

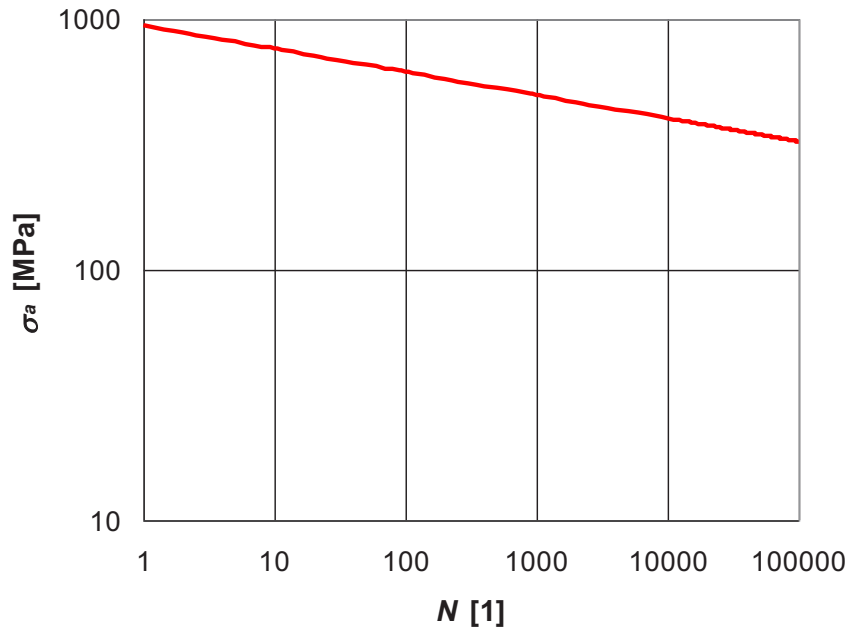
mocninný tvar

$$\sigma_a^w N = C \Rightarrow$$

$$\log \sigma_a^w N = \log C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log \sigma_a^w + \log N = \log C \Rightarrow w \log \sigma_a + \log N = \log C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w \log \sigma_a + \log N = K$$



Wöhlerova křivka – popis šikmé části

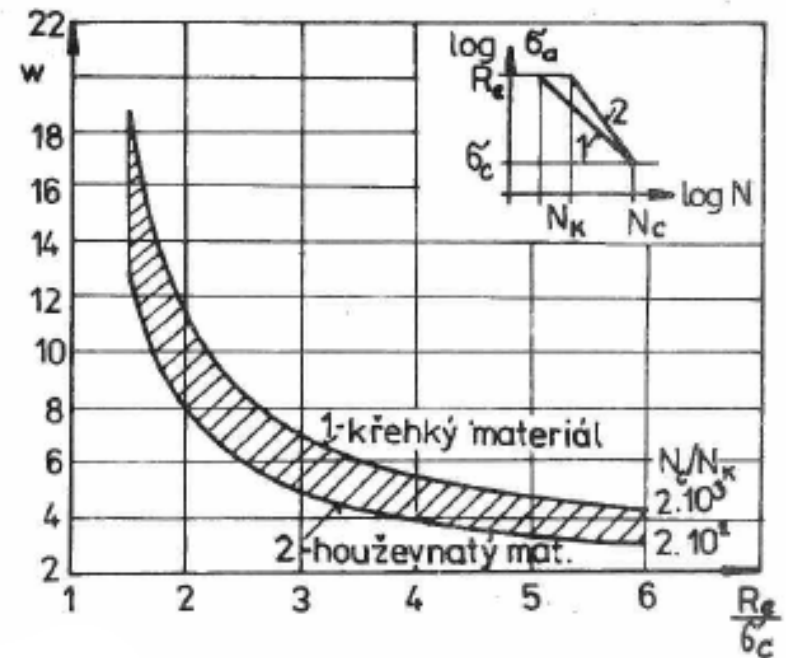
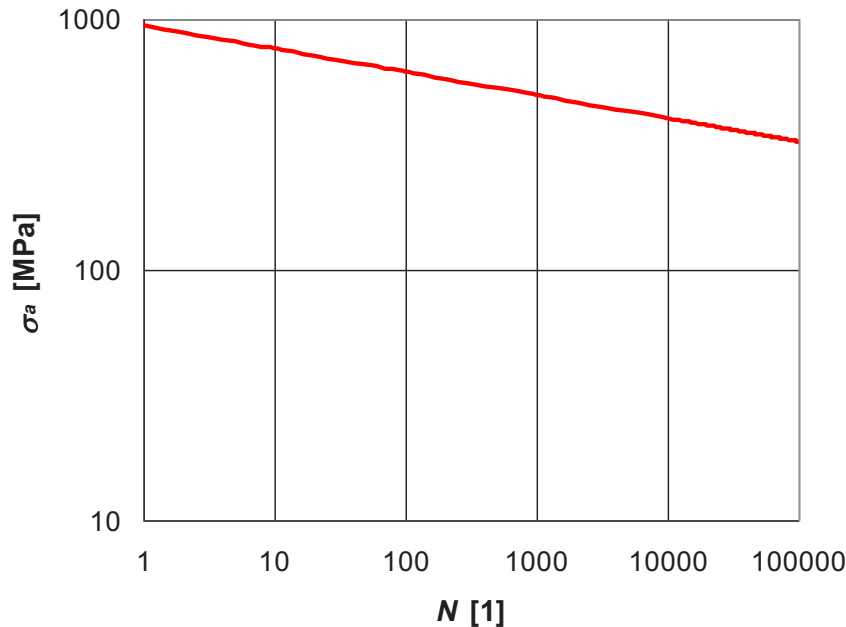
mocninný tvar

$$\sigma_a^w N = C \Rightarrow$$

$$\log \sigma_a^w N = \log C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log \sigma_a^w + \log N = \log C \Rightarrow w \log \sigma_a + \log N = \log C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w \log \sigma_a + \log N = K$$



Závislost exponentu Wöhlerovy křivky na poměru meze kluzu k mezi únavy (hodnoty R_e, σ_c volit podle druhu namáhání - tah, ohyb, krut)

Wöhlerova křivka – popis šikmé části

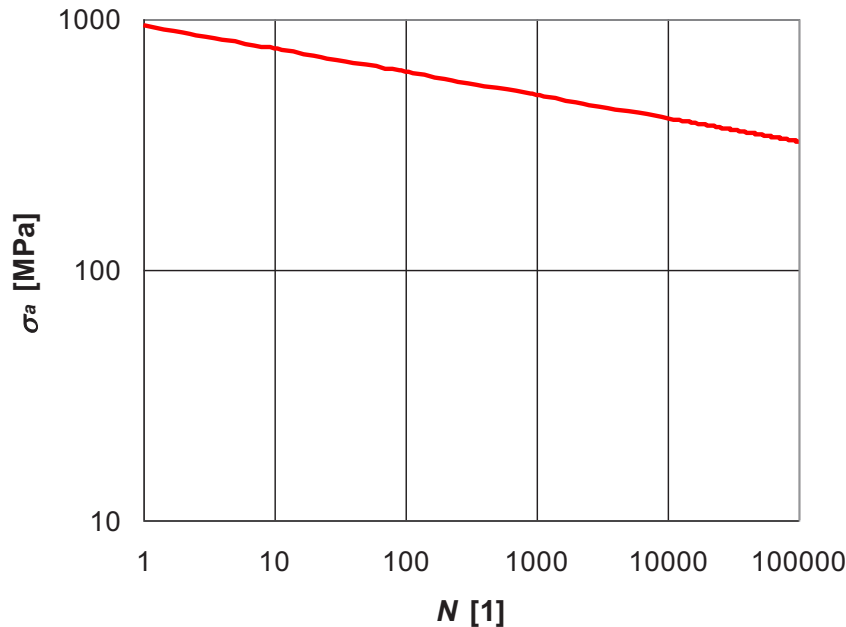
mocninný tvar

$$\sigma_a^w N = C \Rightarrow$$

$$\log \sigma_a^w N = \log C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log \sigma_a^w + \log N = \log C \Rightarrow w \log \sigma_a + \log N = \log C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w \log \sigma_a + \log N = K$$



Další modely

Basquin

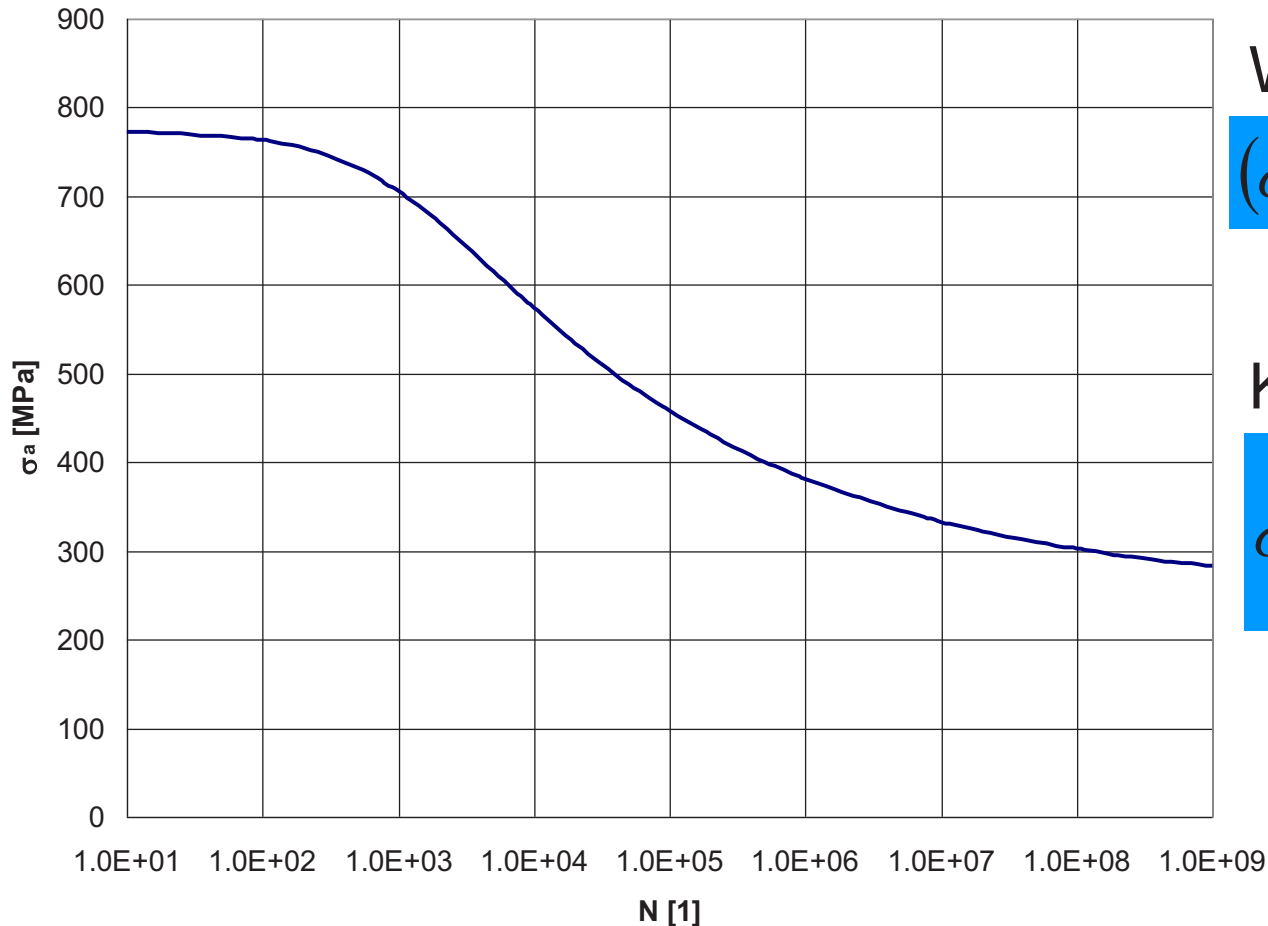
$$\sigma_a = \sigma_f' (2N)^b$$

Odvod':

$$C = \frac{1}{2} (\sigma_f')^{-\frac{1}{b}}$$

$$w = -\frac{1}{b}$$

Wöhlerova křivka – další modely



Weibullův:

$$(\sigma_a - \sigma_C)^w (N + A) = C$$

Kohoutův–Věchetův:

$$\sigma_a = \sigma_C \left(\frac{N + B}{N + C} \right)^b$$

Další odhady meze únavy

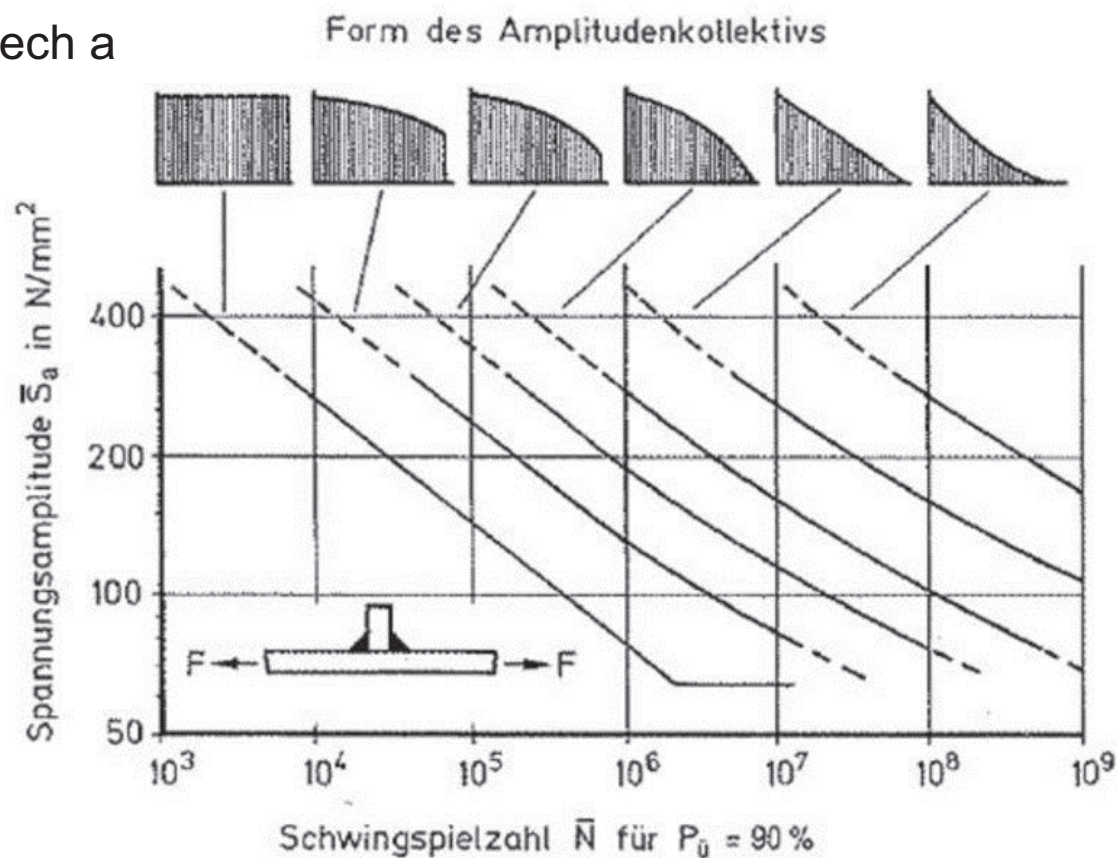
<i>Vyhodnocovaná veličina</i>	<i>Vztah pro mez únavy při R=-1 (pravděpodobnost poruchy P=50%) [MPa]</i>	<i>Koeficienty a podmínky platnosti</i>	<i>Autor</i>
mez pevnosti R_m [MPa]	$\sigma_{-1}=0,432 \cdot R_m+2,2$ $\sigma_{-1}=0,46 \cdot R_m$ $\sigma_{-1}=\frac{1}{6} R_m+400$ $\tau_{-1}=0,27 \cdot R_m$ $\tau_{-1}=0,249 \cdot R_m+2,5$	konstrukční oceli oceli do $R_m=1400$ MPa oceli do $R_m=1200$ až 1800 MPa oceli $R_m \leq 1200$ konstrukční oceli	Buch Žukov Ponomarjev Žukov Buch
mez kluzu v tahu R_e a krutu τ_k [MPa]	$\sigma_{-1}=0,452 \cdot R_e+94$ $\sigma_{-1}=0,45 \cdot R_e+122$ $\tau_{-1}=0,448 \cdot \tau_k+52$	konstrukční oceli konstrukční oceli konstrukční oceli	Buch Žukov Buch
skutečná lomová pevnost σ_f [MPa]	$\sigma_{-1}=0,35 \cdot \sigma_f-10$ $\sigma_{-1}=0,315 \cdot \sigma_f-19$	konstrukční oceli konstrukční oceli	Žukov Mc-Adam
tvrdost HB [MPa]	$\sigma_{-1}=(0,128 \dots 0,156) \cdot HB$ $\sigma_{-1}=(0,168 \dots 0,222) \cdot HB$	uhlíkové oceli legované oceli	Grebenik Grebenik
meze R_m, R_e [MPa]	$\sigma_{-1}=0,285 \cdot (R_e + R_m)$	konstrukční oceli	Šapošnikov

Jaké informace uvádět k únavovým křivkám- co ovlivňuje únavu?

- Velikost amplitudy napětí
- Asymetrie kmitu (střední napětí)
- Typ zatěžování (tah-tlak, ohyb, krut, kombinace)
- Přetěžovací kmity – Frenchova čára poškození
- Materiál a jeho teplotní zpracování
- Tvar vzorku (hladký, s vrubem)
- Koncentrace a gradient napětí
- Jakost povrchu vzorku (leštěný, obráběný ...)
- Úprava povrchové vrstvy (povrch kalený, nitridovaný...)
- Teplota vzorku
- Pracovní prostředí (vzduch, korozní prostředí...)
- Frekvence zkoušení
- Typ stroje, průběh zkoušky (přestávky aj.)

Druhotné únavové křivky (ČSN420362)

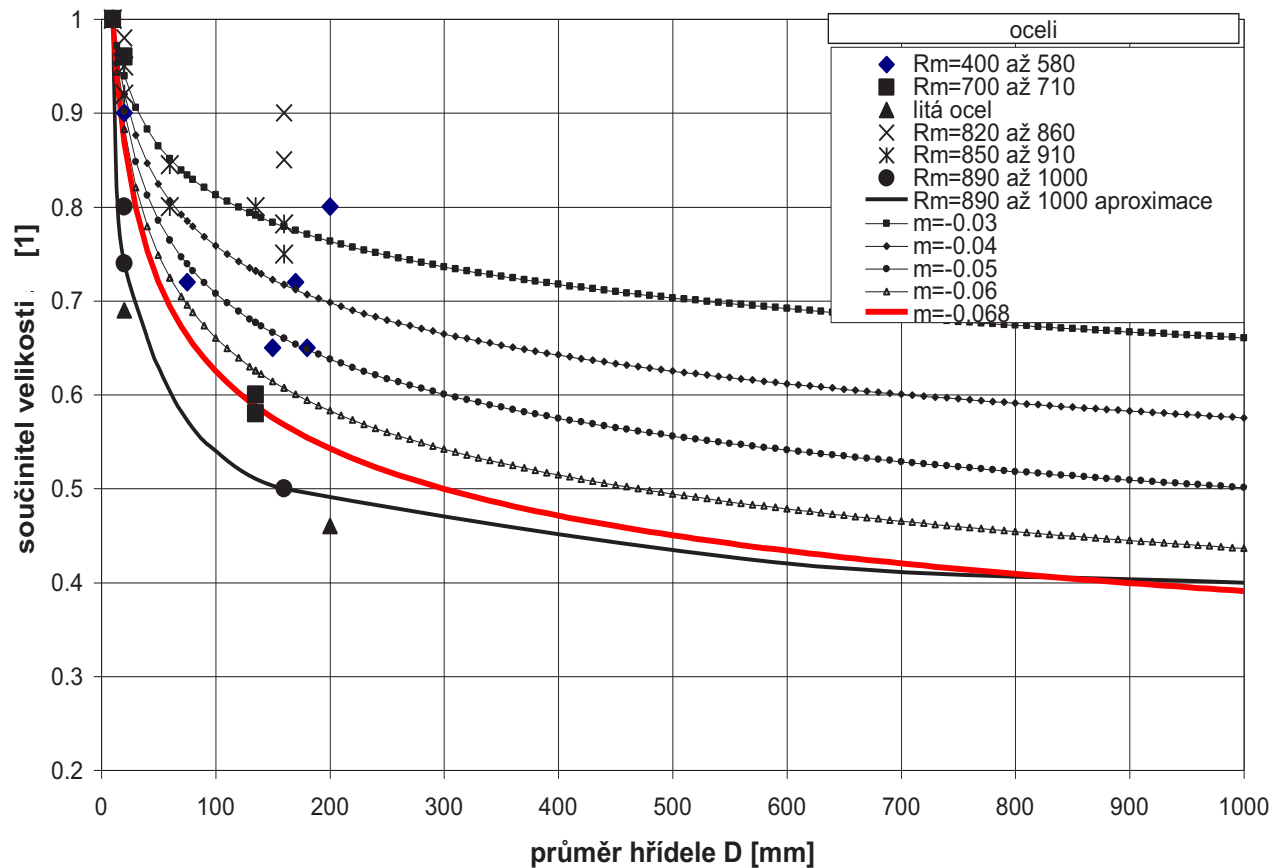
Zkoušky při různých tvarech a velikostech amplitud zatěžovacích spekter



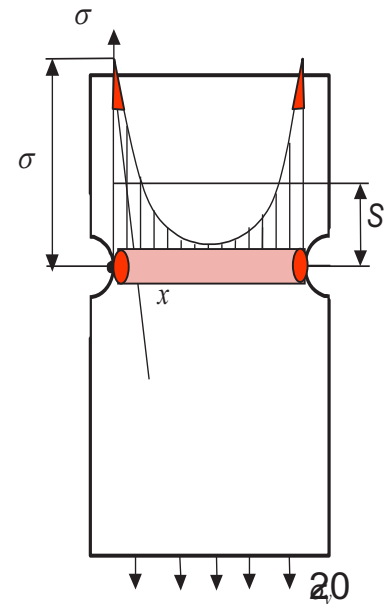
<http://www.ski-consult.de/1/berechnungen/lebensdauer-ermuedung/betriebsfestigkeit.html>

Vliv velikosti a jakosti povrchu

Vliv velikosti součásti (size) – k_S , v

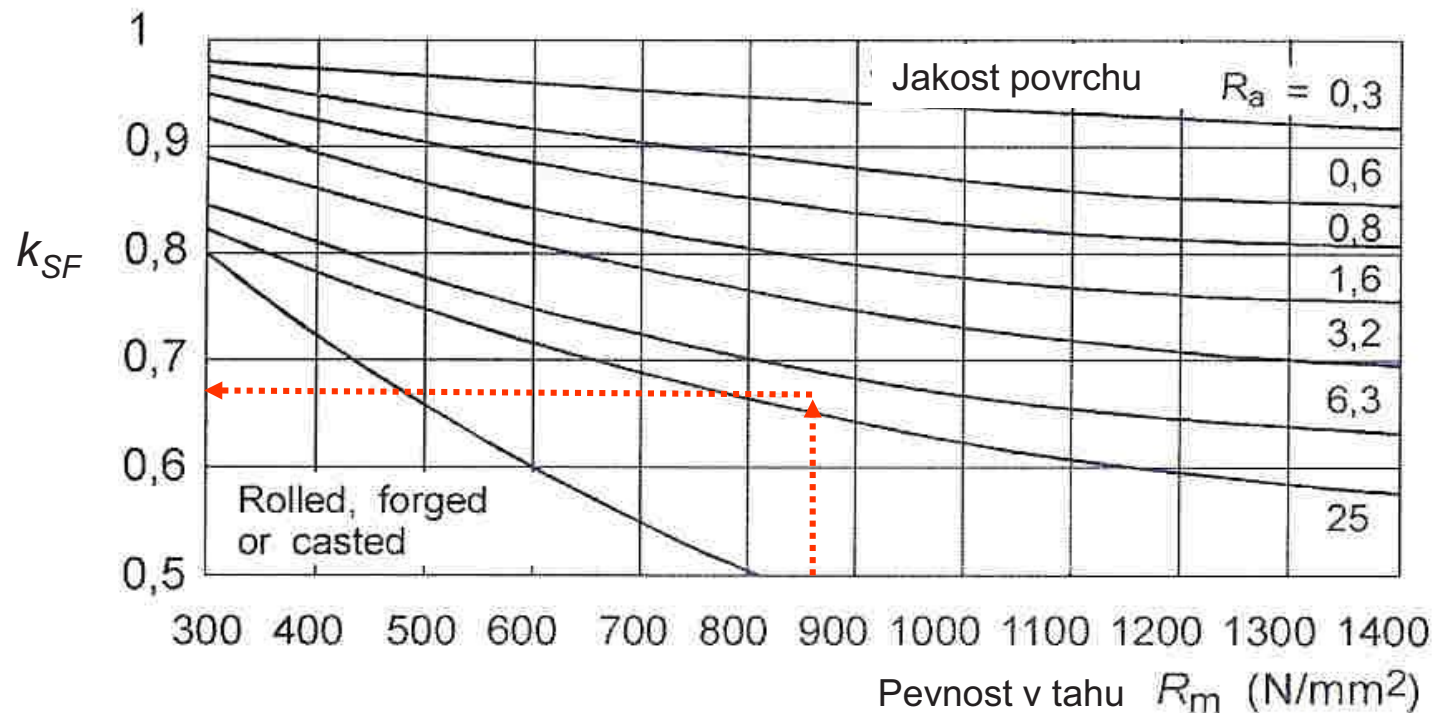


$$k_S = \frac{\sigma_c^D}{\sigma_c^{d=10}} = \left(\frac{V_{\text{exp}}^D}{V_{\text{exp}}^d} \right)^m$$



Vliv jakosti obrobení povrchu (surface)– k_{SF} , η

$$k_{SF} = \frac{\sigma_c^{real}}{\sigma_c^{etalon}}$$



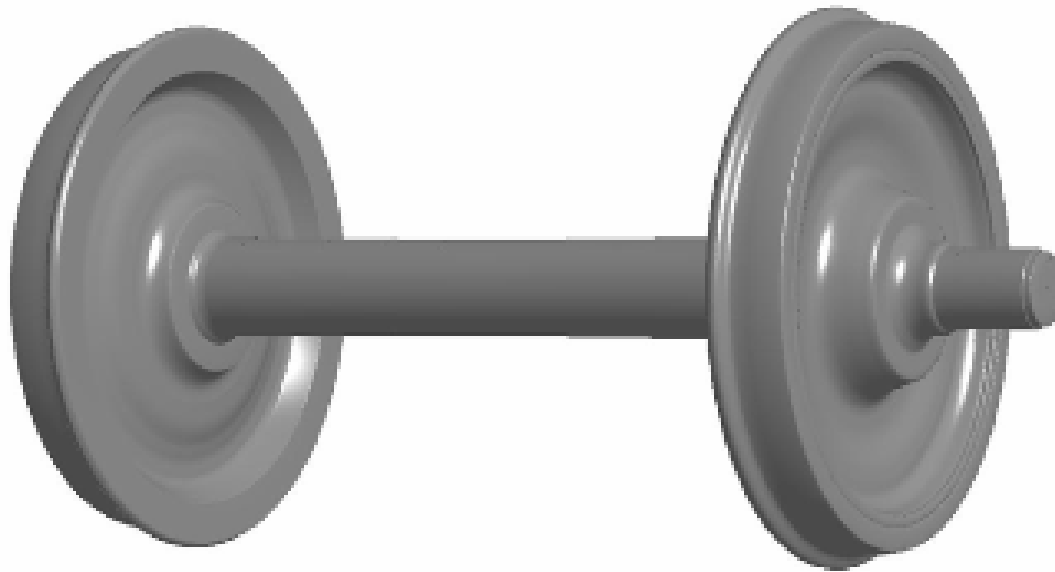
Vliv technologie úprav povrchu (technology)- k_T, ζ

$$k_T = \frac{\sigma_c^{technol}}{\sigma_c^{etalon}}$$

Steel		
Chemo-thermal treatments		
Nitriding Depth of case 0,1...0,4 mm Surface hardness 700 to 1000 HV 10	1,10 - 1,15 (1,15 - 1,25)	1,30 - 2,00 (1,90 - 3,00)
Case hardening Depth of case 0,2 ... 0,8 mm Surface hardness 670 to 750 HV 10	1,10 - 1,50 (1,20 - 2,00)	1,20 - 2,00 (1,50 - 2,50)
Carbo-nitriding Depth of case 0,2 ... 0,8 mm Surface hardness 670 to 750 HV 10	(1,80)	
Mechanical treatment		
Cold rolling	1,10 - 1,25 (1,20 - 1,40)	1,30 - 1,80 (1,50 - 2,20)
Shot peening	1,10 - 1,20 (1,10 - 1,30)	1,10 - 1,50 (1,40 - 2,50)
Thermal treatment		
Inductive hardening Flame-hardening Depth of case 0,9 ... 1,5 mm Surface hardness 51 to 64 HRC	1,20 - 1,50 (1,30 - 1,60)	1,50 - 2,50 (1,60 - 2,80)

Mez únavy reálného dílu

– potřebná pro dimenzování na neomezenou životnost (trvalou pevnost)



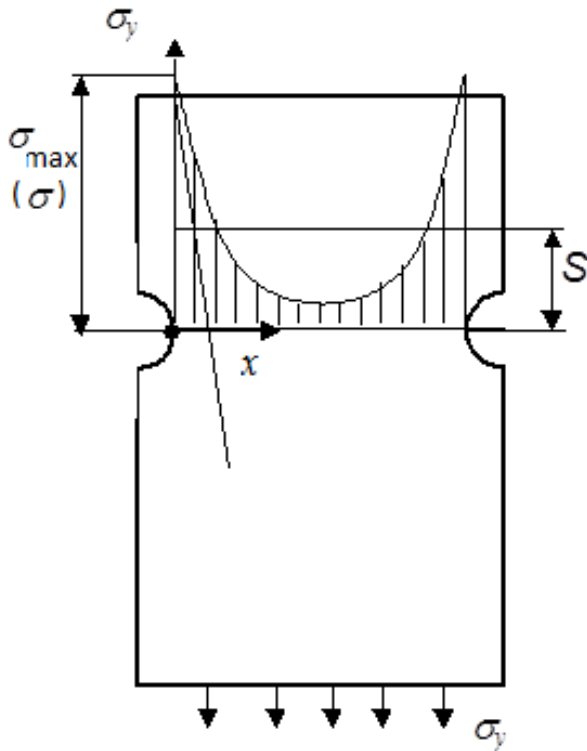
$$\sigma_c^* \equiv \sigma_{c,v} = \frac{\sigma_c \cdot k_S \cdot k_{SF} \cdot k_T}{K_f}$$

$$\sigma_c^* \equiv \sigma_{c,v} = \frac{\sigma_c \cdot \eta \cdot v \cdot \zeta}{\beta}$$

Součinitel vrubu K_f , resp β bude vysvětlen následovně

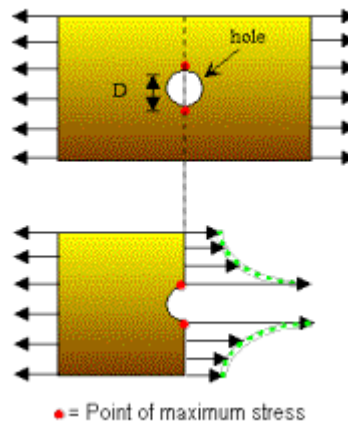
Koncentrace napětí

Koncentrace napětí – součinitel tvaru



Součinitel tvaru
(součinitel koncentrace
elastických napětí)

$$\alpha \equiv K_t = \frac{\sigma}{S} \left(= \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \right)$$



Poměrný gradient
(gradient normovaný maximálním
elastickým napětím)

$$\gamma = \frac{1}{\sigma_{max}} \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \right)_{x=0}$$

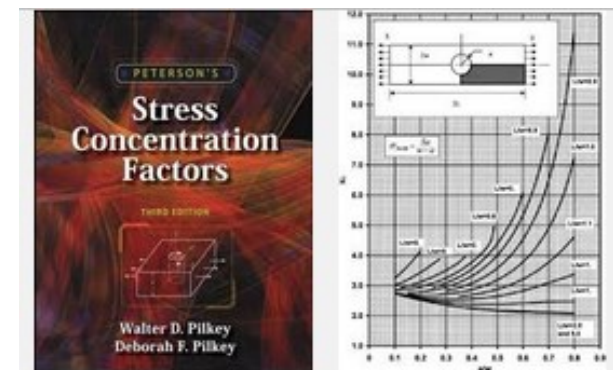
$$\gamma = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \right)_{x=0}$$

[http://www.amesweb.info/StressConcentrationFactor/
StressConcentrationFactors.aspx](http://www.amesweb.info/StressConcentrationFactor/StressConcentrationFactors.aspx)

Určování pole napětí, koncentrace napětí

- Analytické přístupy – jednoduché vruby, (vzorce - Neuber aj.)
- Numerické metody (MKP, MHP aj.)
- Experimentální metody
 - Odporová tenzometrie (vliv velikosti tenzometru)
 - Optická vlákna s FBG snímači lokální deformace
 - Fotoelasticimetrie (transparentní, reflexní)
 - Optické metody (DIC – digitální korelace obrazu)
 - Termografické metody (SPATE)
 - a další.....

- Zpracováváno do katalogů typických vrubů: např.:
- **Peterson's Stress Concentration Factors, 3rd Edition**
- [Walter D. Pilkey](#), [Deborah F. Pilkey](#)
- ISBN: 978-0-470-04824-5
- 560 pages
- February 2008



FKM Richtlinie

<https://www.amazon.de/Rechnerischer-Festigkeitsnachweis-f%C3%BCr-Maschinenbauteile-FKM-Richtlinie/dp/3816306055>

5.2 Formzahlen

179

5 Anhänge

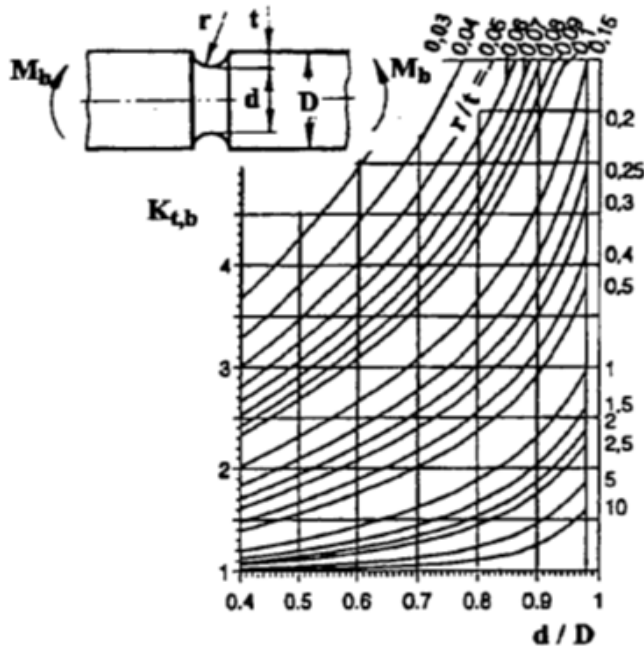


Bild 5.2.2 Formzahlen für den Rundstab mit Umlaufkerbe bei Biegung, $r > 0$, $d/D < 1$.

$$K_{t,b} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,20 \cdot \frac{r}{t} + 5,5 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2}} \quad (5.2.4)$$

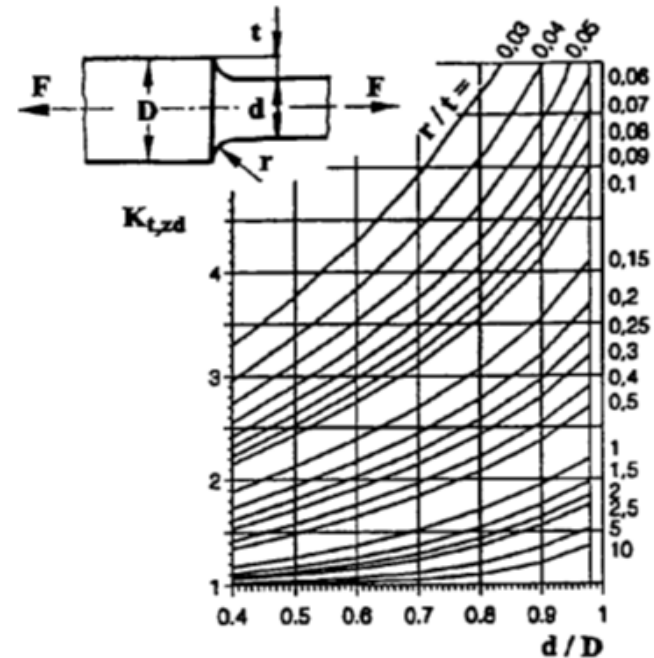
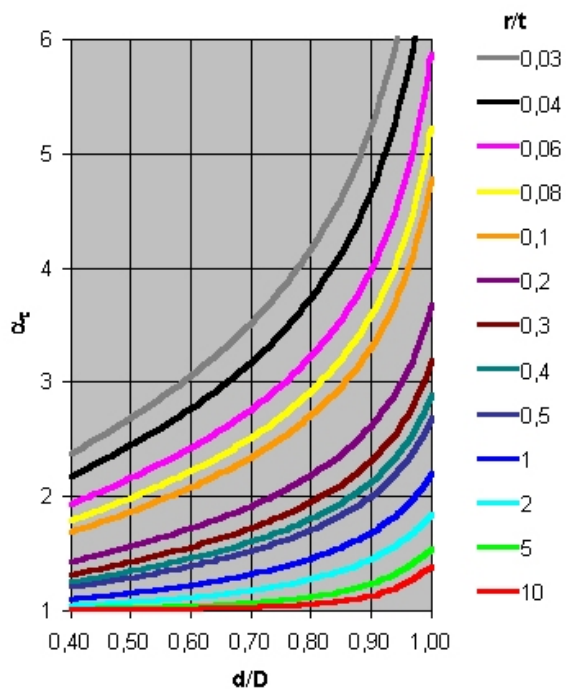
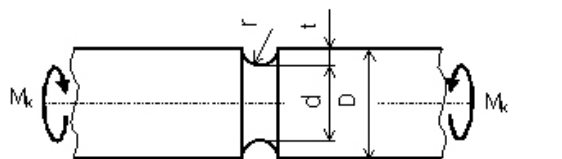


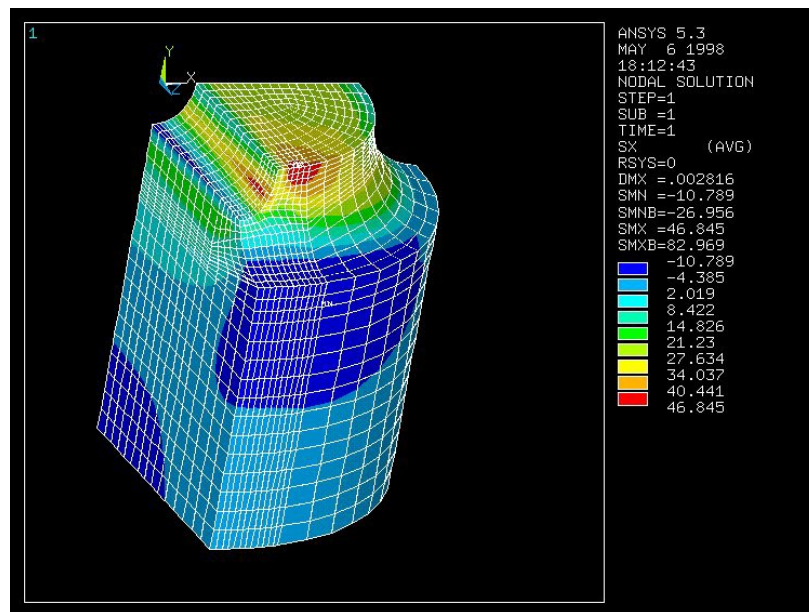
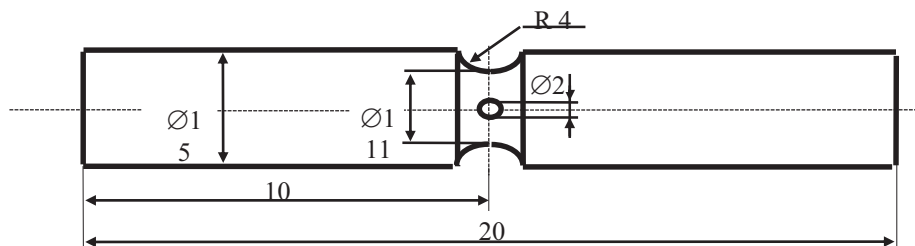
Bild 5.2.4 Formzahlen für den Rundstab mit Absatz bei Zugdruck, $r > 0$, $d/D < 1$.

$$K_{t,zd} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{r}{t} + 7 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2}} \quad (5.2.6)$$

Koncentrace napětí

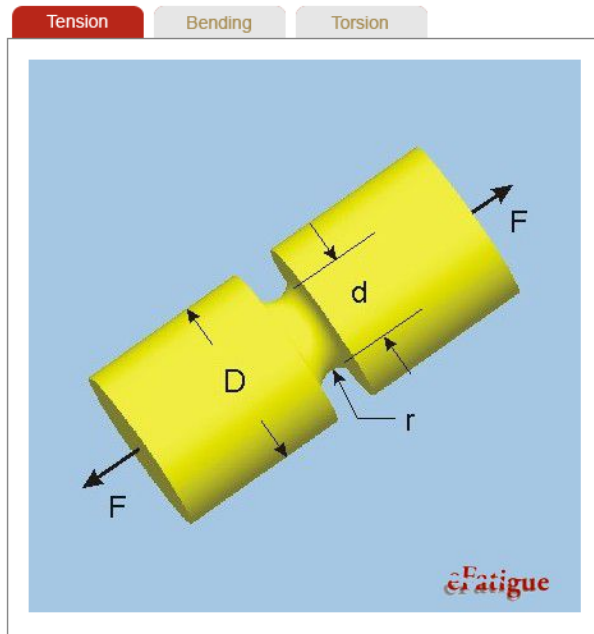


$$K_t = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,70 \cdot \frac{r}{t} + 20,60 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2}}$$



Stress Concentration Factor Finder

Round Bar with U-shaped Groove



Variables

Net Section Stress ▾

D 52 mm ▾

d 42 mm ▾

r 5 mm ▾

where

$D-d > 0.5 \cdot r$

$D-d < 100 \cdot r$

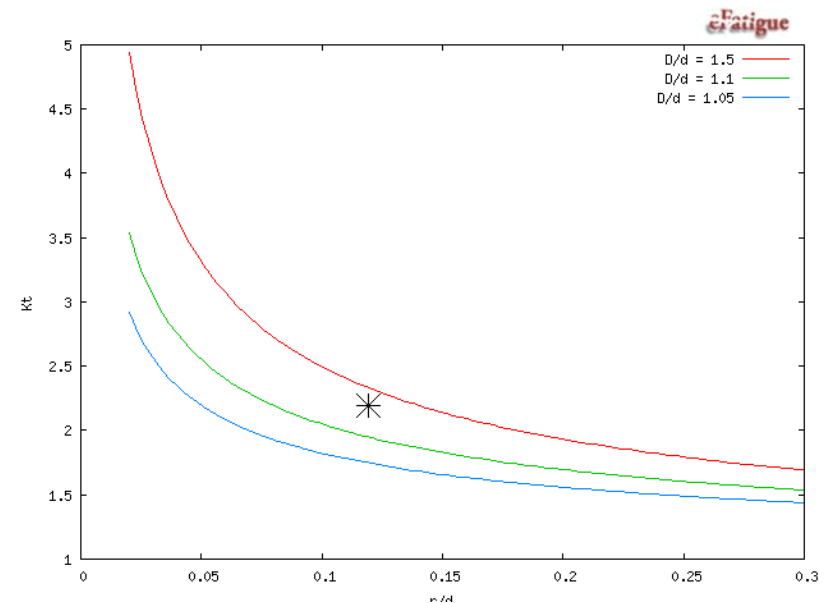
Calculate K_t

Select Different Geometry

Results

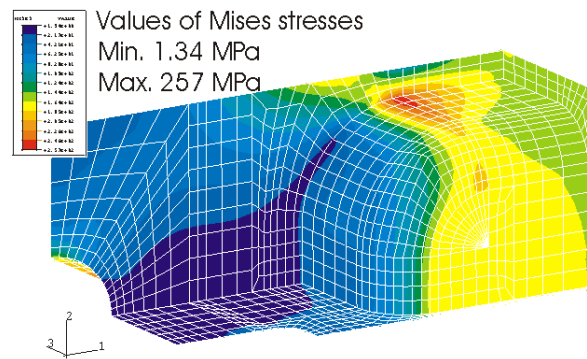
$K_t = 2.19$

Peterson Plot

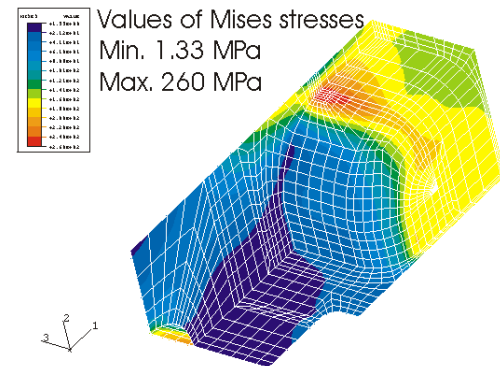


<https://www.efatigue.com/constantamplitude/stressconcentration/#a>

- Určení součinitele tvaru pro reálné součásti
 - Definice nominálního průřezu a napětí
 - Vliv MKP sítě, submodeling

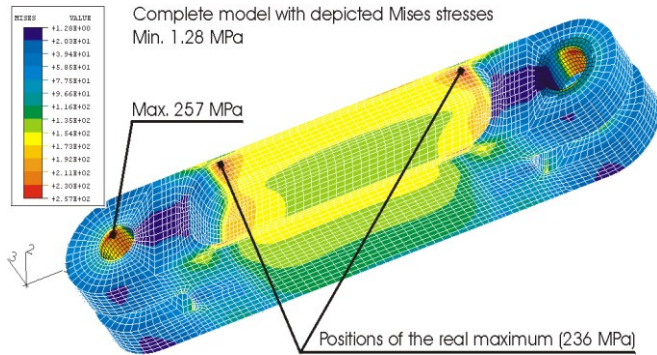


a) First submodel



b) Second submodel

Účinek koncentrace napětí na únavu – součinitel vrubu

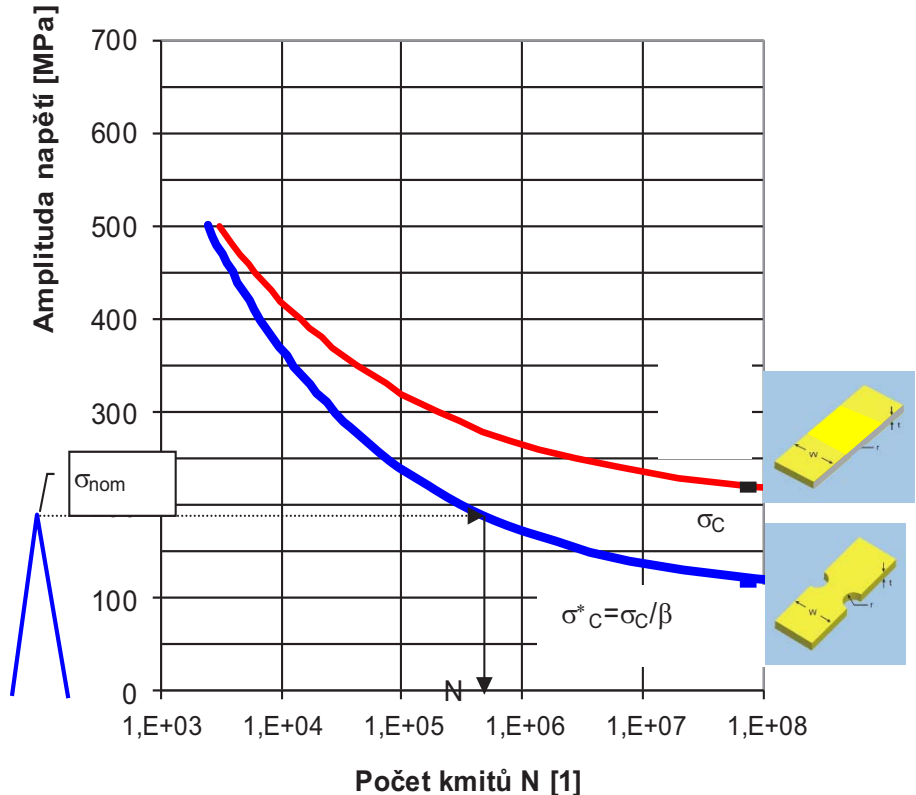


Součinitel tvaru

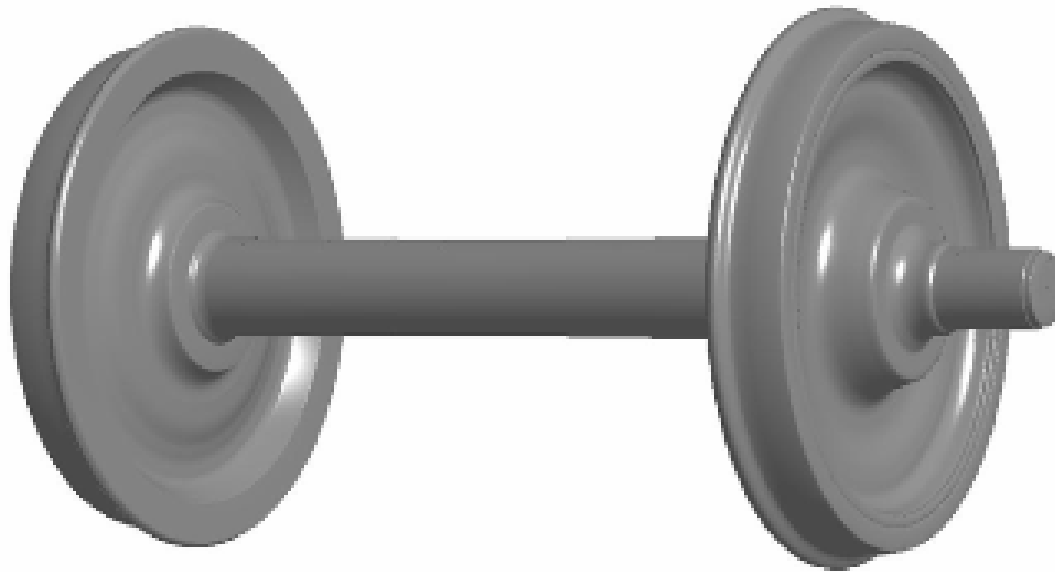
$$K_t \equiv \alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$$

Součinitel vrubu

$$K_f \equiv \beta = \frac{\sigma_C}{\sigma_C^*}$$



Mez únavy reálného dílu – připomenutí

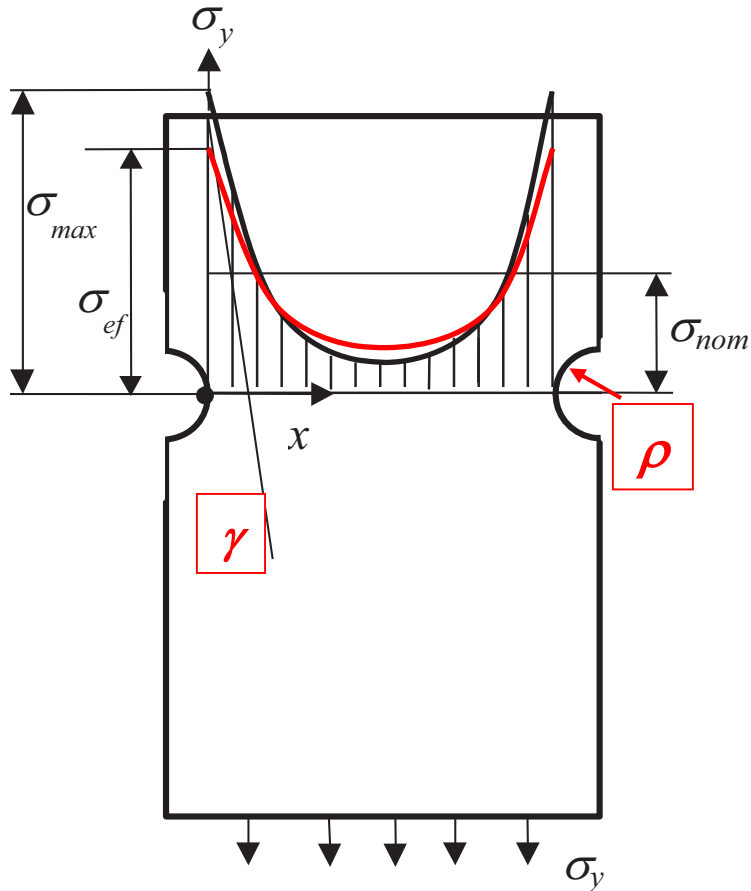


$$\sigma_c^* \equiv \sigma_{c,v} = \frac{\sigma_c \cdot k_S \cdot k_{SF} \cdot k_T}{K_f}$$

$$\sigma_c^* \equiv \sigma_{c,v} = \frac{\sigma_c \cdot \eta \cdot v \cdot \zeta}{\beta}$$

Součinitel vrubu K_f , resp β bude vysvětlen později

Odhad součinitelů vrubu



Poměrný gradient napětí $\gamma = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \right)_{x=0}$

Souč. vrubové citlivosti

$$q = \frac{\sigma_{ef} - \sigma_{nom}}{\sigma_{max} - \sigma_{nom}} = \frac{\beta - 1}{\alpha - 1} \equiv \frac{K_f - 1}{K_t - 1}$$

Vztah mezi součiniteli tvaru a vrubu

$$\beta = 1 + (\alpha - 1) \cdot q$$

$$K_f = 1 + (K_t - 1) \cdot q = \frac{K_t}{n}$$

Součinitel vlivu únavy

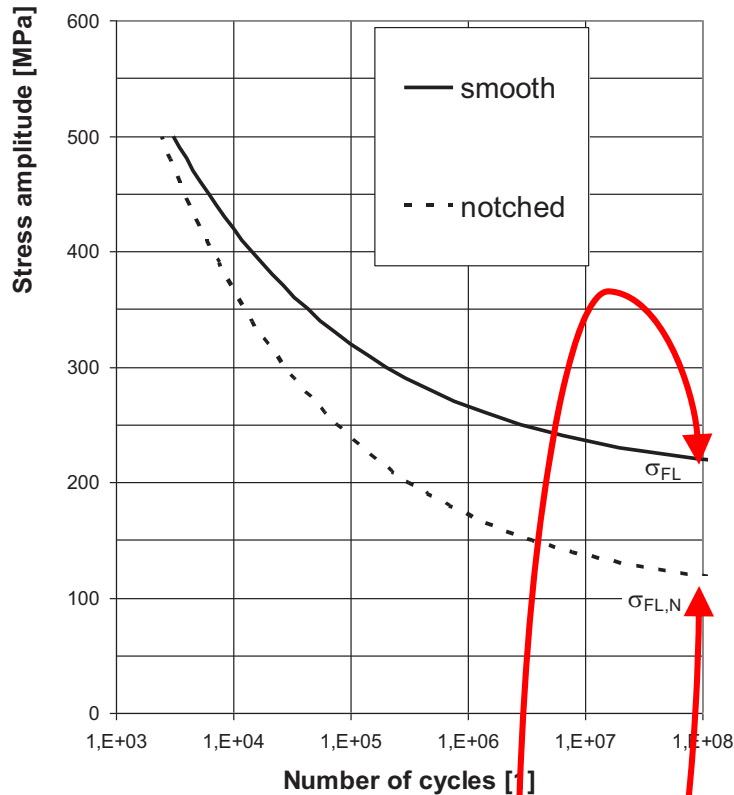
$$n = \frac{K_t}{K_f}$$

dvojí pojetí

$$n = f(\rho, R_m) \equiv n_\rho$$

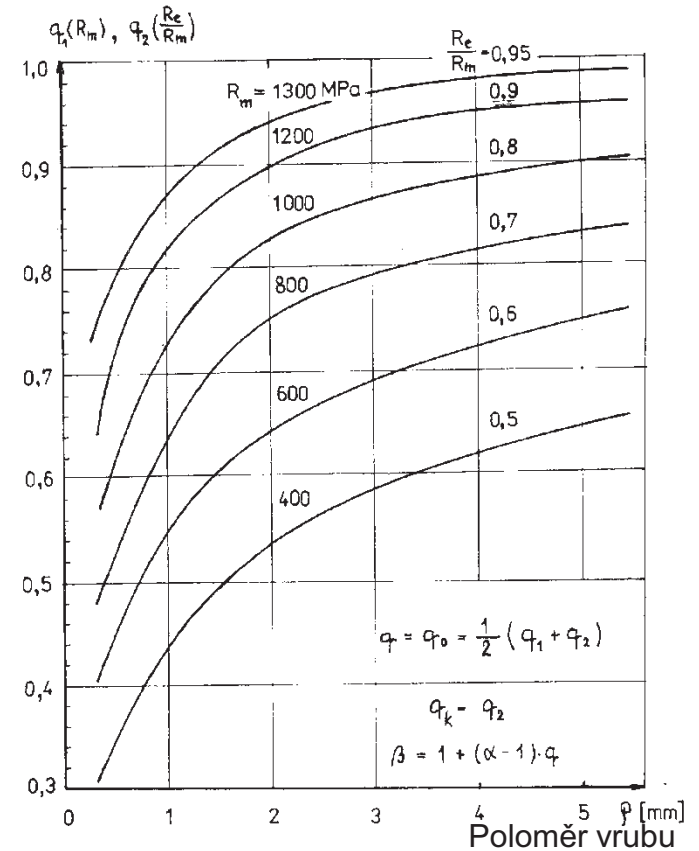
$$n = f(\gamma, R_m) \equiv n_\gamma$$

Součinitel vrubu β , vrubová citlivost q



Vliv vrubu bez
vlivu velikosti
a povrchu

$$\beta \equiv K_f = \frac{\sigma_c}{\sigma_c^*}$$



Thum: $\beta = 1 + (\alpha - 1) \cdot q$

Různá vyjádření součinitele vrubu

Součinitel vrubu

Součinitel vlivu únavy

$$n = f(\rho, R_m) \equiv n_\rho$$

Thum

$$K_f = 1 + (K_t - 1) \cdot q = \frac{K_t}{n}$$

$$n_\rho = \frac{K_t}{1 + (K_t - 1) \cdot q}$$

Neuber

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{A}{\rho}}}$$

$$n_\rho = \frac{K_t \left(1 + \sqrt{\frac{A}{\rho}} \right)}{K_t + \sqrt{\frac{A}{\rho}}}$$

Peterson

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{a}{\rho}}$$

$$n_\rho = \frac{K_t \left(1 + K_t \frac{a}{\rho} \right)}{K_t + \frac{a}{\rho}}$$

Heywood

$$K_f = \frac{K_t}{1 + 2 \frac{K_t - 1}{K_t} \sqrt{\frac{a'}{\rho}}}$$

$$n_\rho = 1 + 2 \frac{K_t - 1}{K_t} \sqrt{\frac{a'}{\rho}}$$

Existují i vyjádření s vlivem gradientu (informačně)

$$n = f(\gamma, R_m) \equiv n_\gamma$$

**Volejnik, Kogaev,
Serensen**

$$n_\gamma = 1 + \left(\frac{1}{\nu_\infty} - 1 \right) \cdot \left(\frac{L/\gamma}{2\pi d_0 / \frac{2}{d_0}} \right)^{-\mu}$$

Eichlseder (FEMFAT)

$$n_\gamma = 1 + \left(\frac{\sigma_{-1,b}}{\sigma_{-1}} - 1 \right) \cdot \left(\frac{\gamma}{2/d_0} \right)^{K_D}$$

Siebel, Stiller

$$n_\gamma = 1 + \sqrt{c \cdot \gamma}$$

FKM-Richtlinie

$$\gamma' \leq 0,1 \text{mm}^{-1}$$

$$0,1 \text{mm}^{-1} < \gamma' \leq 1 \text{mm}^{-1}$$

$$1 \text{mm}^{-1} < \gamma' \leq 100 \text{mm}^{-1}$$

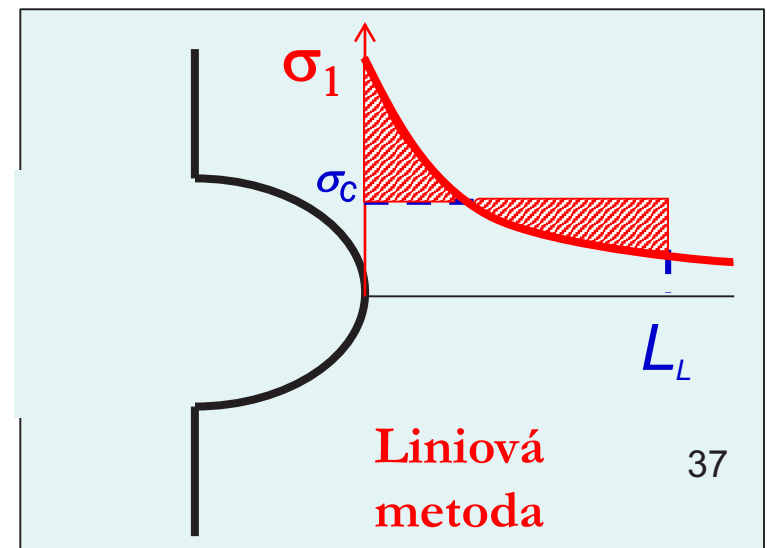
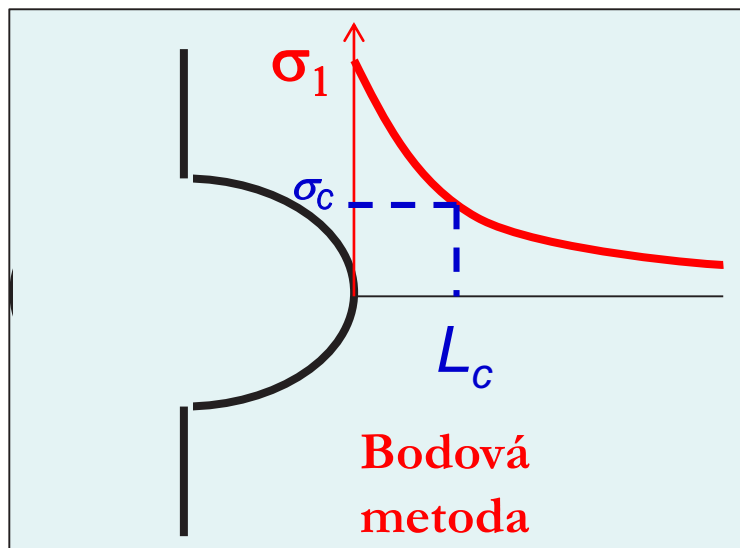
$$n_\gamma = 1 + \gamma' \cdot 10^{-\left(a_G - 0,5 + \frac{R_m}{b_G}\right)}$$

$$n_\gamma = 1 + \sqrt{\gamma'} \cdot 10^{-\left(a_G + \frac{R_m}{b_G}\right)}$$

$$n_\gamma = 1 + \sqrt[4]{\gamma'} \cdot 10^{-\left(a_G + \frac{R_m}{b_G}\right)}$$

Teorie kritické vzdálenosti (orientačně)

- Zjednodušuje metodu kritického objemu na jednorozměrný problém.
- Teorém: Iniciace trhliny ve vrubu započne v okamžiku, kdy srovnávací hodnota (σ_c HMH, σ_1 , Poškozovací parametr P) v dané kritické hloubce dosáhne meze únavy:
 - Bodová metoda (krit. hloubka L_c)
 - Liniová metoda (uvažuje integrální hodnotu z průběhu napětí ve vrubu do vzdálenosti L_L)



Odhad únavových křivek vrubovaných dílů

Vyhodnocované veličiny na mezi únavy

Součinitel tvaru

$$K_t \equiv \alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$$

Součinitel vrubu

$$K_f \equiv \beta = \frac{\sigma_C}{\sigma_C^*}$$

Poměrný gradient napětí

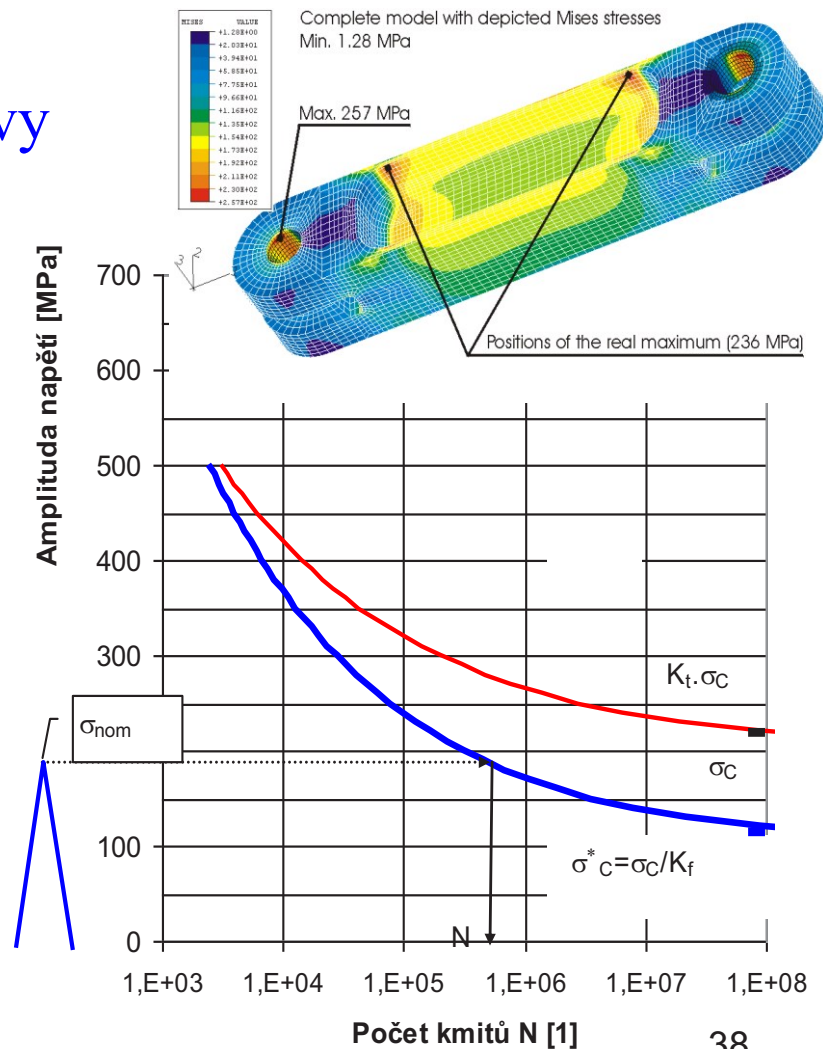
$$\gamma = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \right)_{x=0}$$

Závislost K_f na počtu cyklů

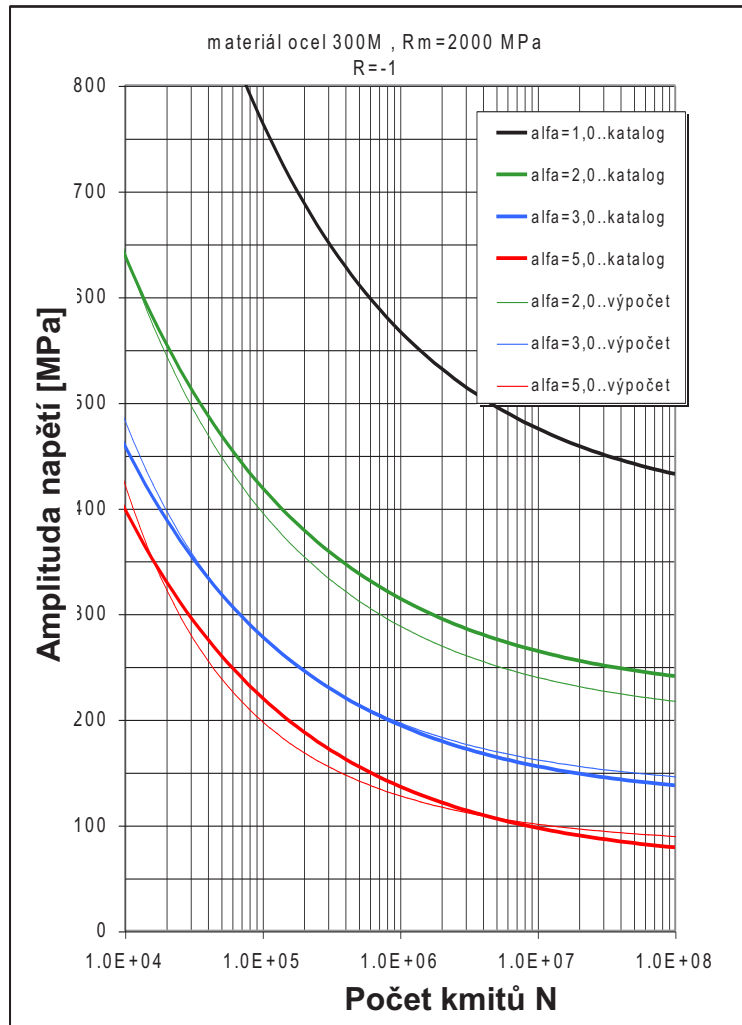
$$K_f(N) = \beta(N) = \frac{\sigma_A}{\sigma_A^*}$$

resp. změna činitele únavy

$$n_\gamma(N) = \left(\frac{K_t}{K_f(N)} \right)$$



Aproximace S-N křivek vzorků pro různou vrubovitost a gradient



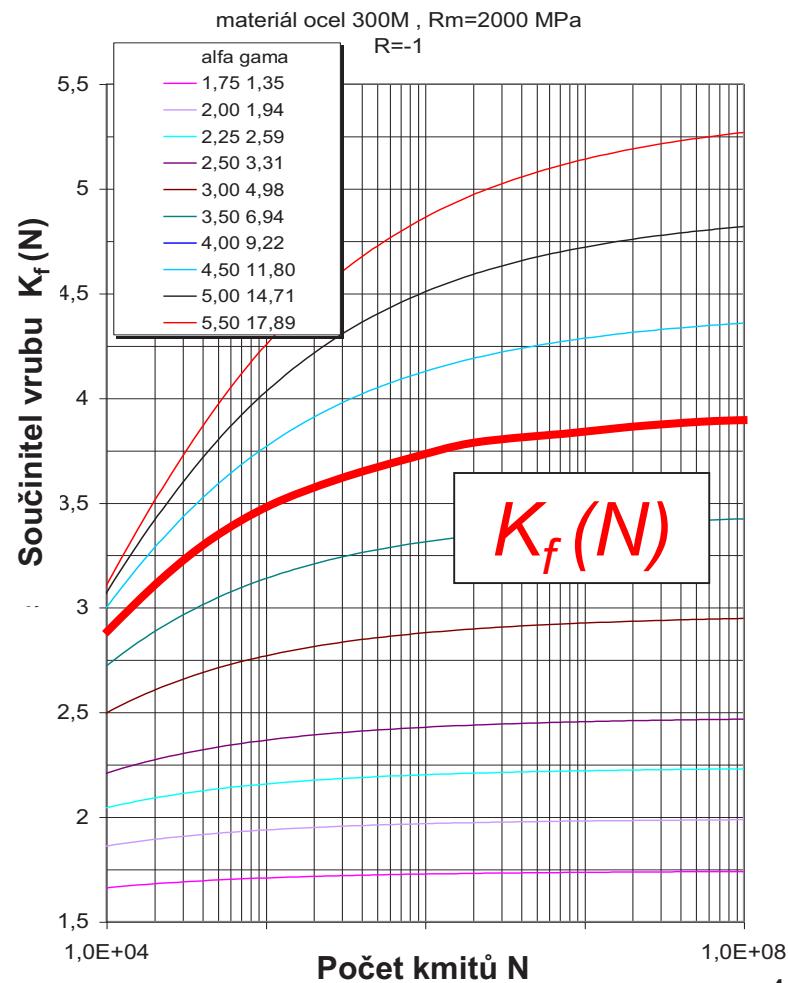
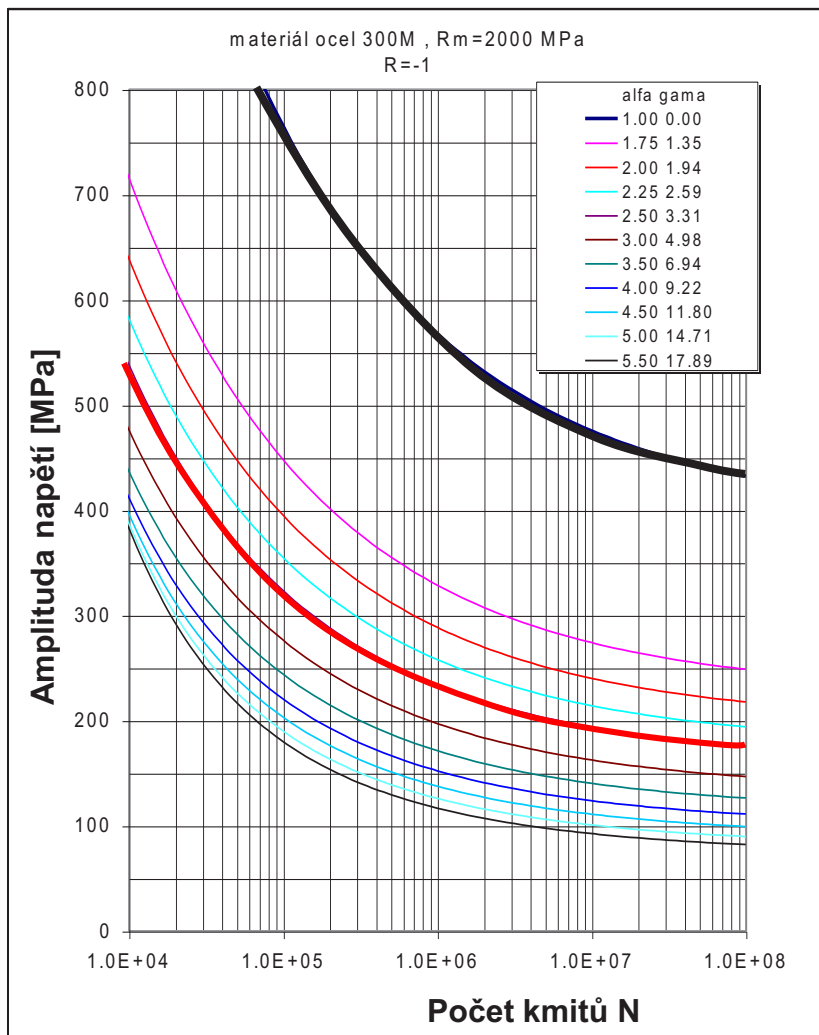
Aproximace S-N křivek vzorků pro různou vrubovitost a gradient

$$K_{f,N}(N) = 1 + (K_f - 1) \cdot \mu(N)$$

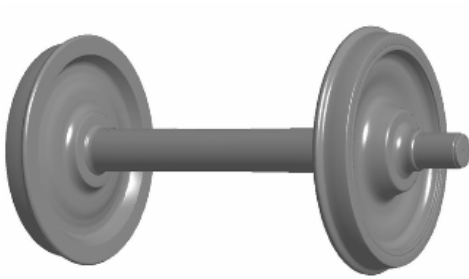
$$\mu(N) = \frac{(\log N)^E}{B + (\log N)^E}$$

Heywood (E, B – regresní parametry)

Tvorba syntetických únavových křivek pro obecnou vrubovitost a gradient



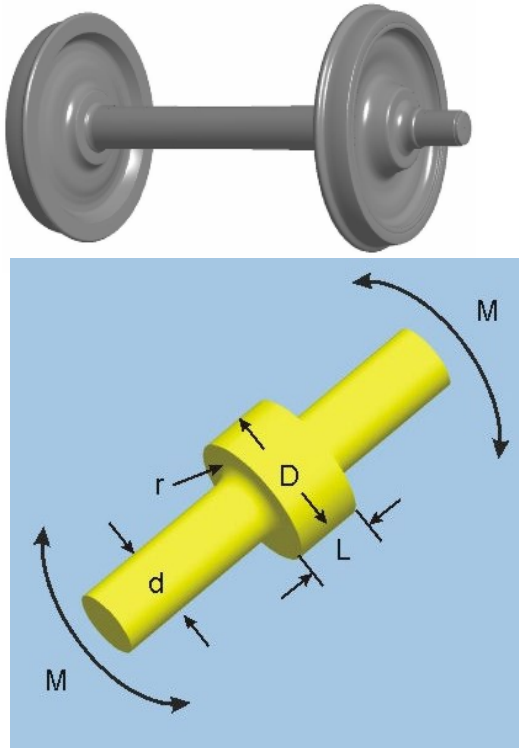
Příklad



Steel 4130, Q&T, BHN = 366		
Ultimate Strength (S_u) in MPa	Fatigue Limit (S_{FL}) in MPa	Fatigue Limit (N_{FL}) in Cycles
1358		440
Stress Life Curve Intercept (S_f') in MPa	Stress Life Curve Slope (b)	Elastic Modulus (E) in MPa
1570	-0.076	221000

$$\sigma_C = 440 \text{ [MPa]}$$

Příklad



Restrictions

$0.01 < d/D \text{ AND } 0.1 < r/(D-d) < 5$

Load Type

Bending

Net Section Stress

D

250

mm

d

175

mm

r

15

mm

L

75

mm

Calculate

[Select a new Geometry](#)

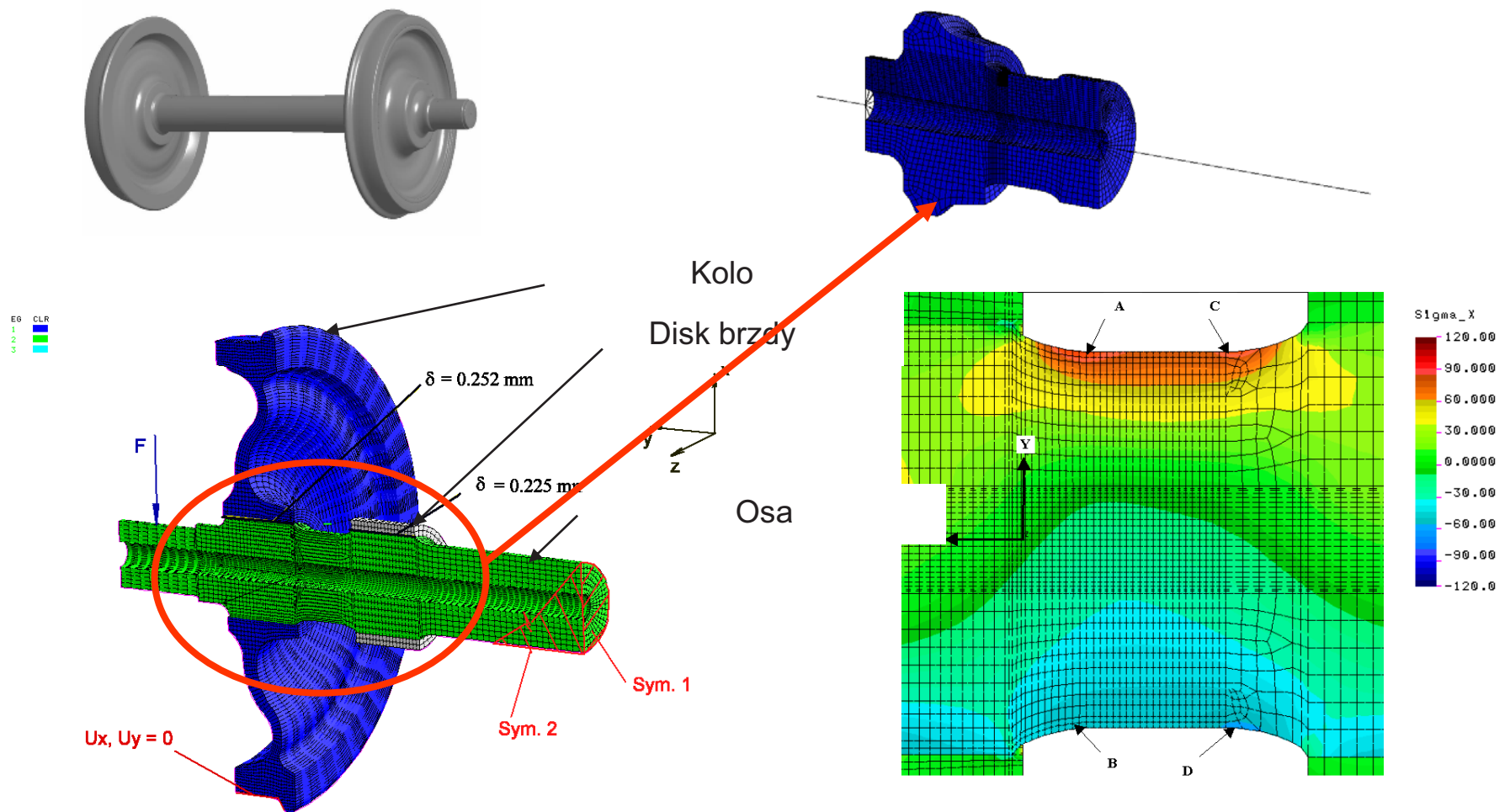
$K_t =$ 2.09

Ok

Cancel

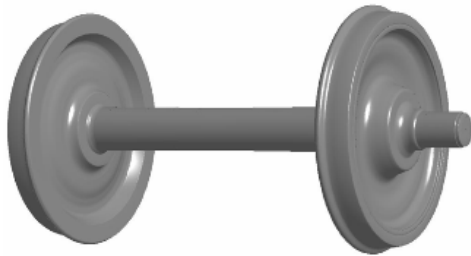
$$\alpha \equiv K_t = 2.09$$

Příklad



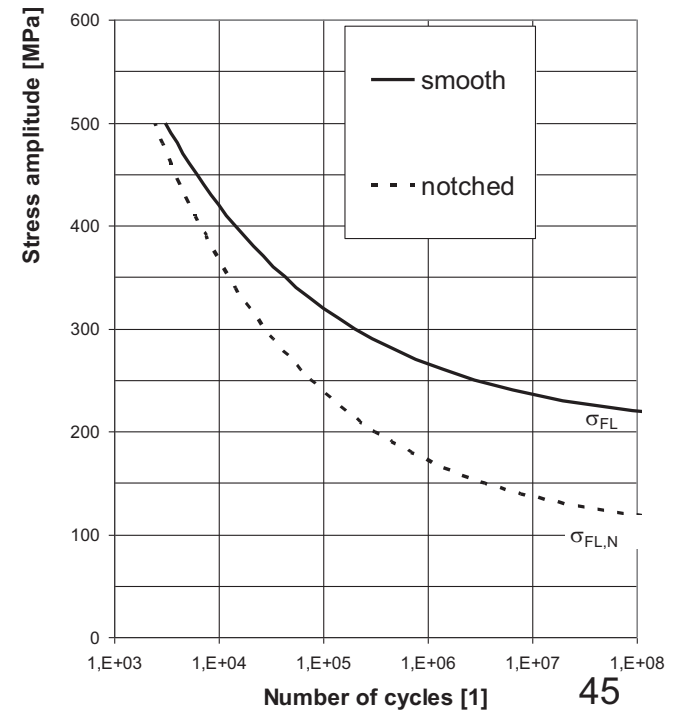
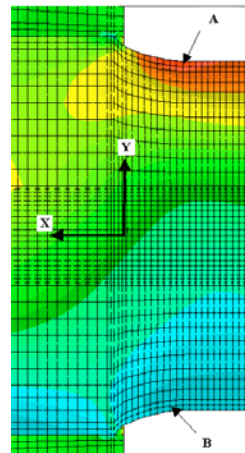
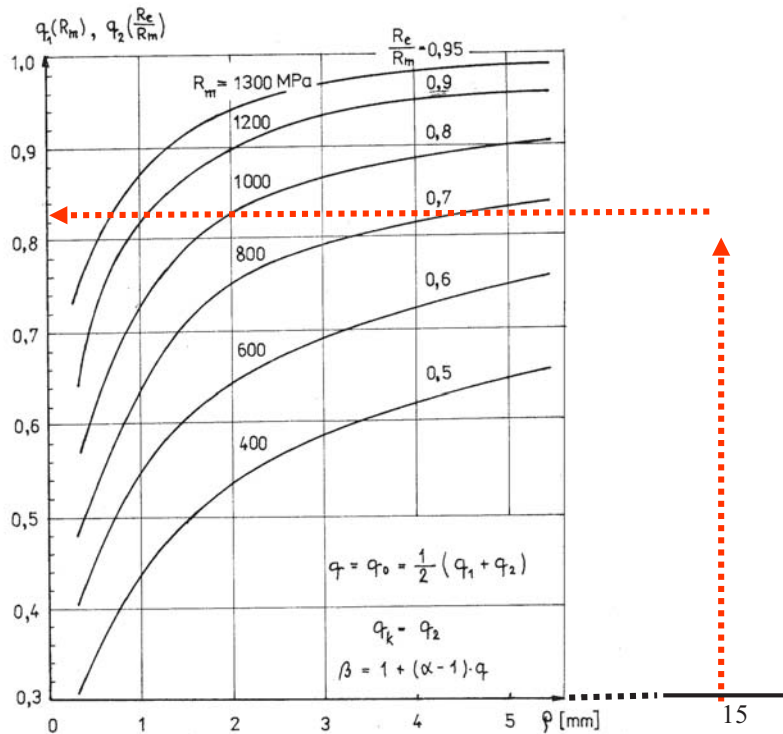
$$\alpha \equiv K_t = 1.95$$

Příklad



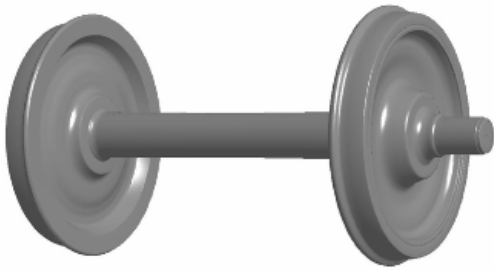
$$\alpha \equiv K_t = 1.95$$

$$\beta = 1 + (\alpha - 1) \cdot q = 1 + (2.0 - 1) \cdot 0.83 = 1.83$$



Příklad

Určení meze únavy v kritickém místě



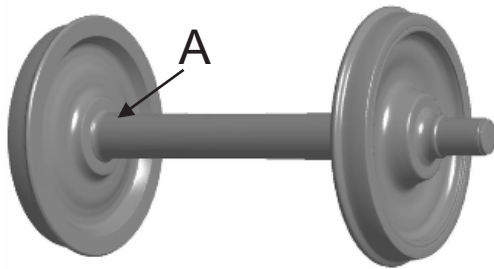
$$\sigma_{C,V} = \frac{\sigma_C \cdot k_{SF} \cdot k_S}{K_f}$$

součinitel	k	value
loading	k_L	1.00
surface finish	k_{SF}	0.67
size factor	k_S	0.70
size factor	k_T	1.00

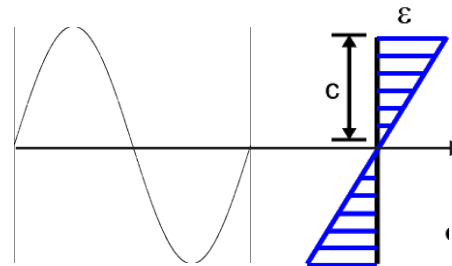
$$\sigma_{C,V} = \frac{440 \cdot 0.67 \cdot 0.70}{1.83} = 112.8 \quad [\text{MPa}]$$

Příklad - pokračování

Určení amplitudy napětí na rotující ose



Tenzometrická měření pom. prodloužení v bodě A:

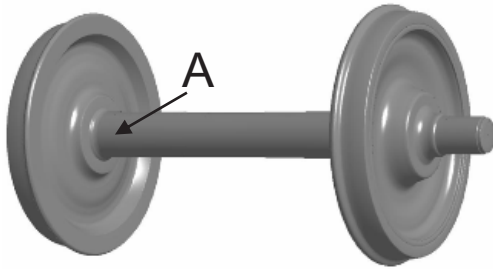


$$\varepsilon_{a,\max} = 312 \text{ microstrain}]$$

$$\sigma_a = E \cdot \varepsilon = 206850 \cdot 0.000312 = 64.5 \text{ [MPa]}$$

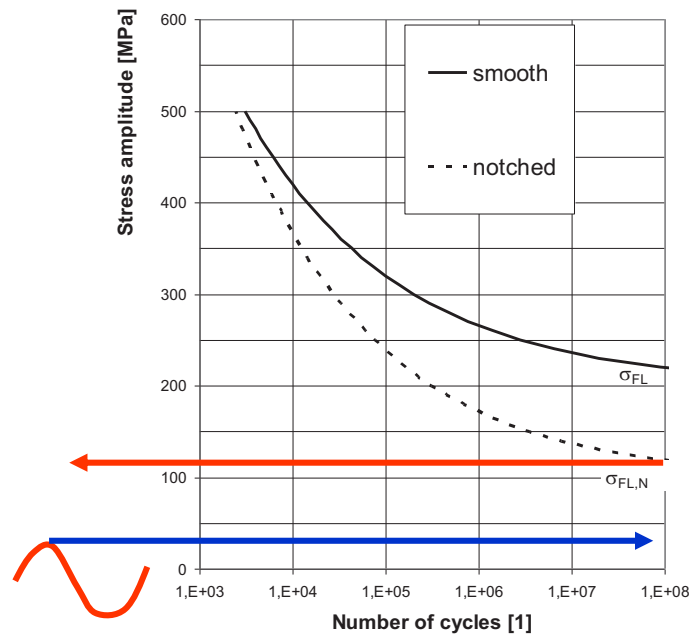
Příklad

Určení součinitele bezpečnosti k_σ



$$\sigma_{C,V} = 112.8 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_a = 64.5 \text{ [MPa]}$$



$$k_\sigma = \frac{\sigma_{C,V}}{\sigma_a} = \frac{112.8}{64.5} = 1.75$$