

Přednášky

část 3

Únavové křivky a faktory, které je ovlivňují – pokračování

Únavové křivky deformace

Milan Růžička

Vliv středního napětí

Harmonické zatěžování

amplituda napětí: $\sigma_a = \frac{\sigma_h - \sigma_d}{2}$

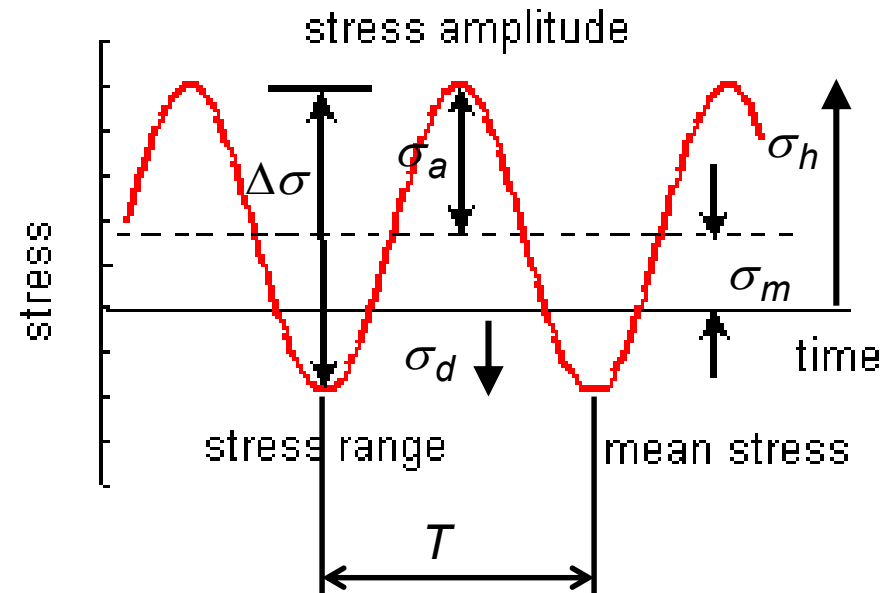
střední hodnota napětí: $\sigma_m = \frac{\sigma_h + \sigma_d}{2}$

rozkmít napětí: $\Delta\sigma = \sigma_h - \sigma_d$

koeficient nesouměrnosti:
(asymetrie kmitu) $R = \frac{\sigma_d}{\sigma_h}$

perioda kmitu: T

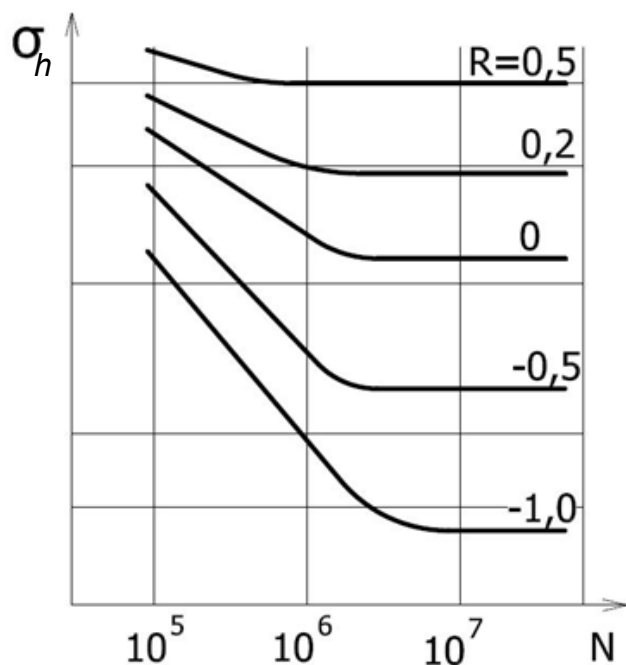
frekvence kmitu: $f = \frac{1}{T}$



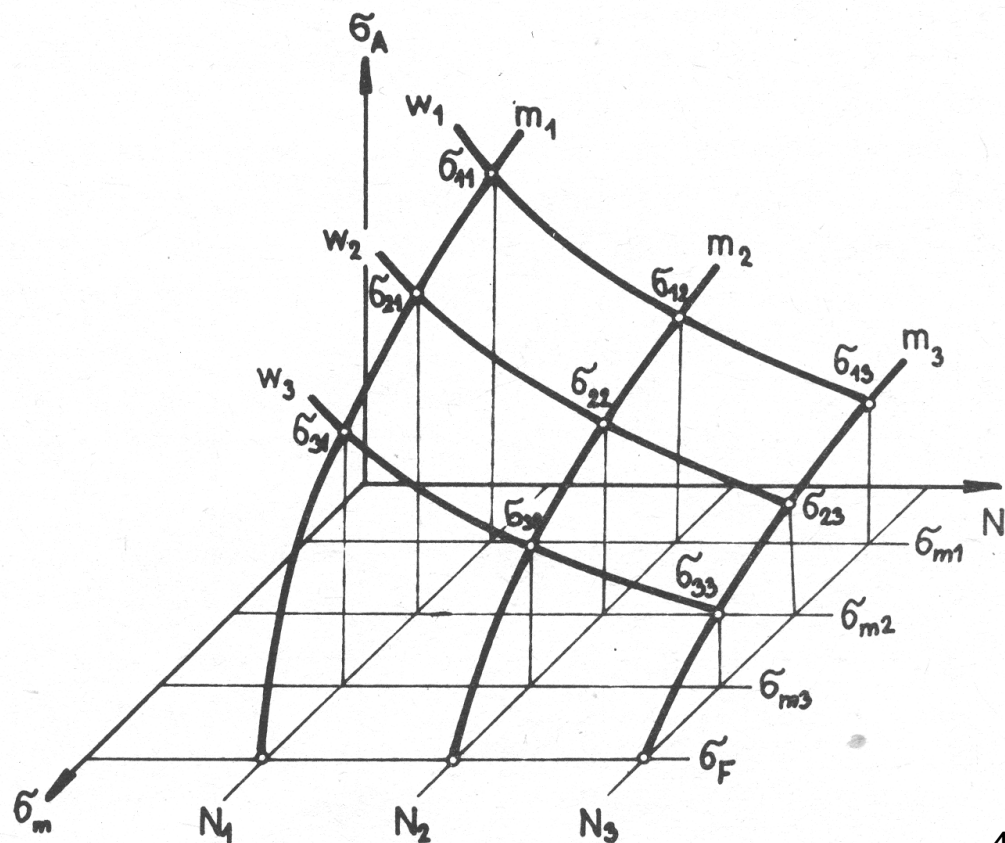
<http://fatiguecalculator.com>

Vliv asymetrie středního napětí

Vliv R



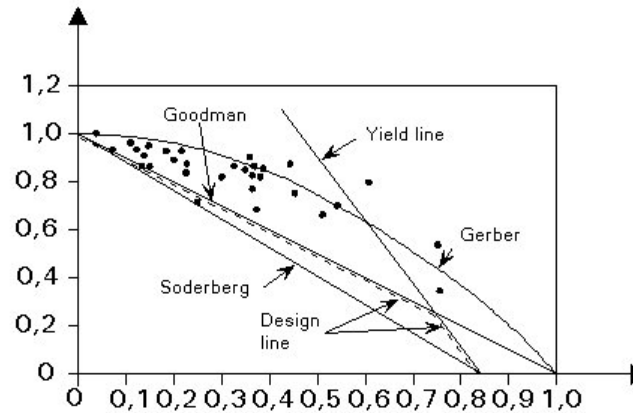
Úplný únavový diagram
závislost mezi σ_a , σ_m , N



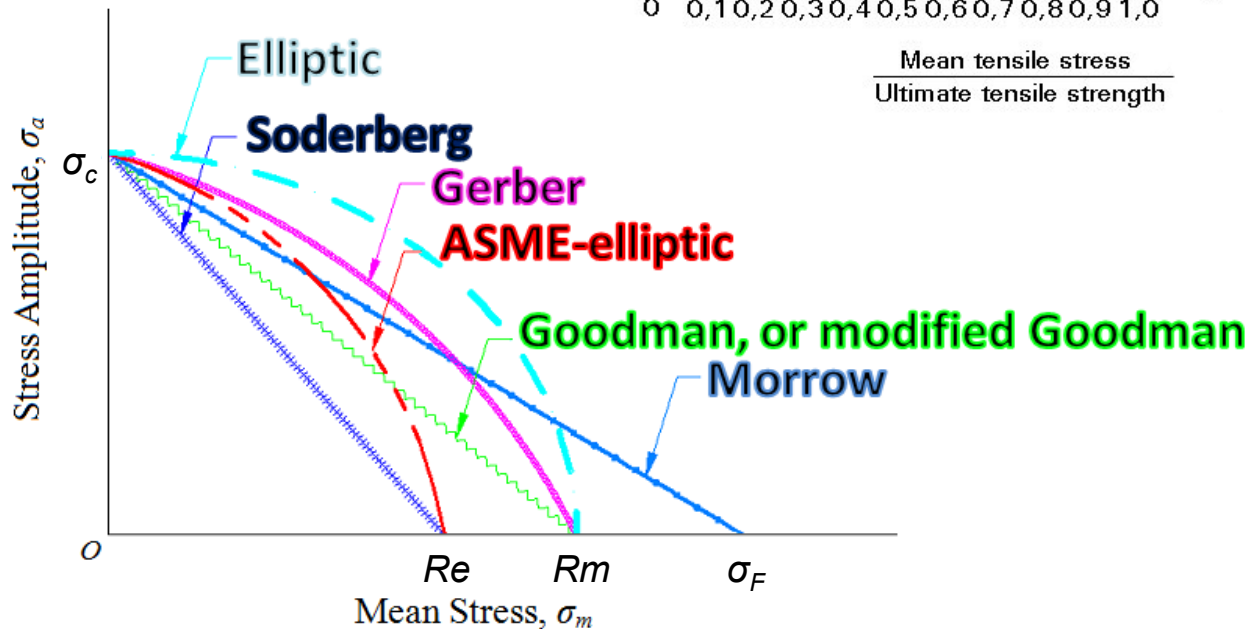
Haighův diagram

a jeho aproximace

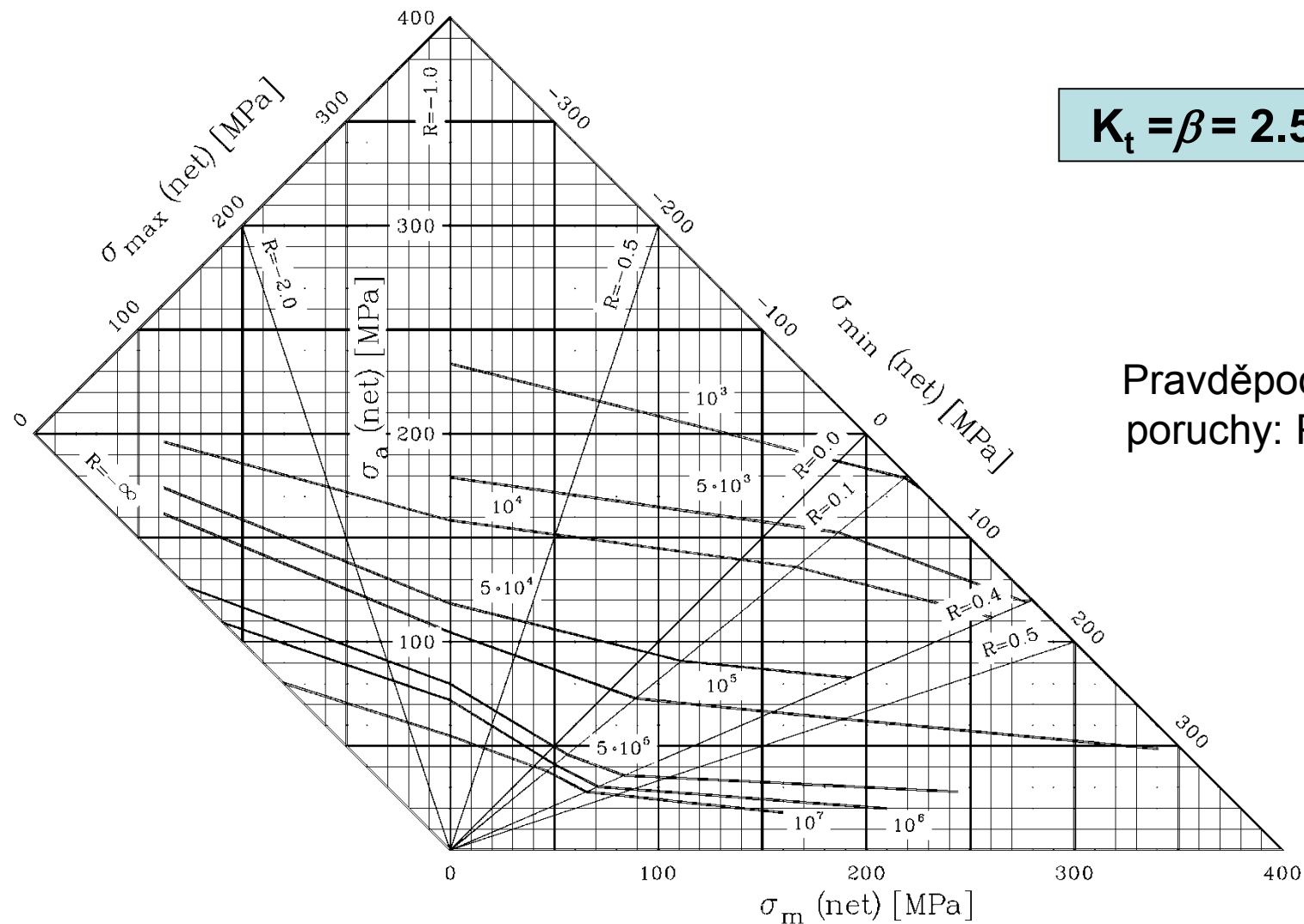
Alternating stress
Reversed fatigue strength



http://www.engineeringarchives.com/es_fatigue_meanstressequations.html



Slit. 2024 T3/T351/T42, plátovaný plech (Airbus)



$$K_t = \beta = 2.5$$

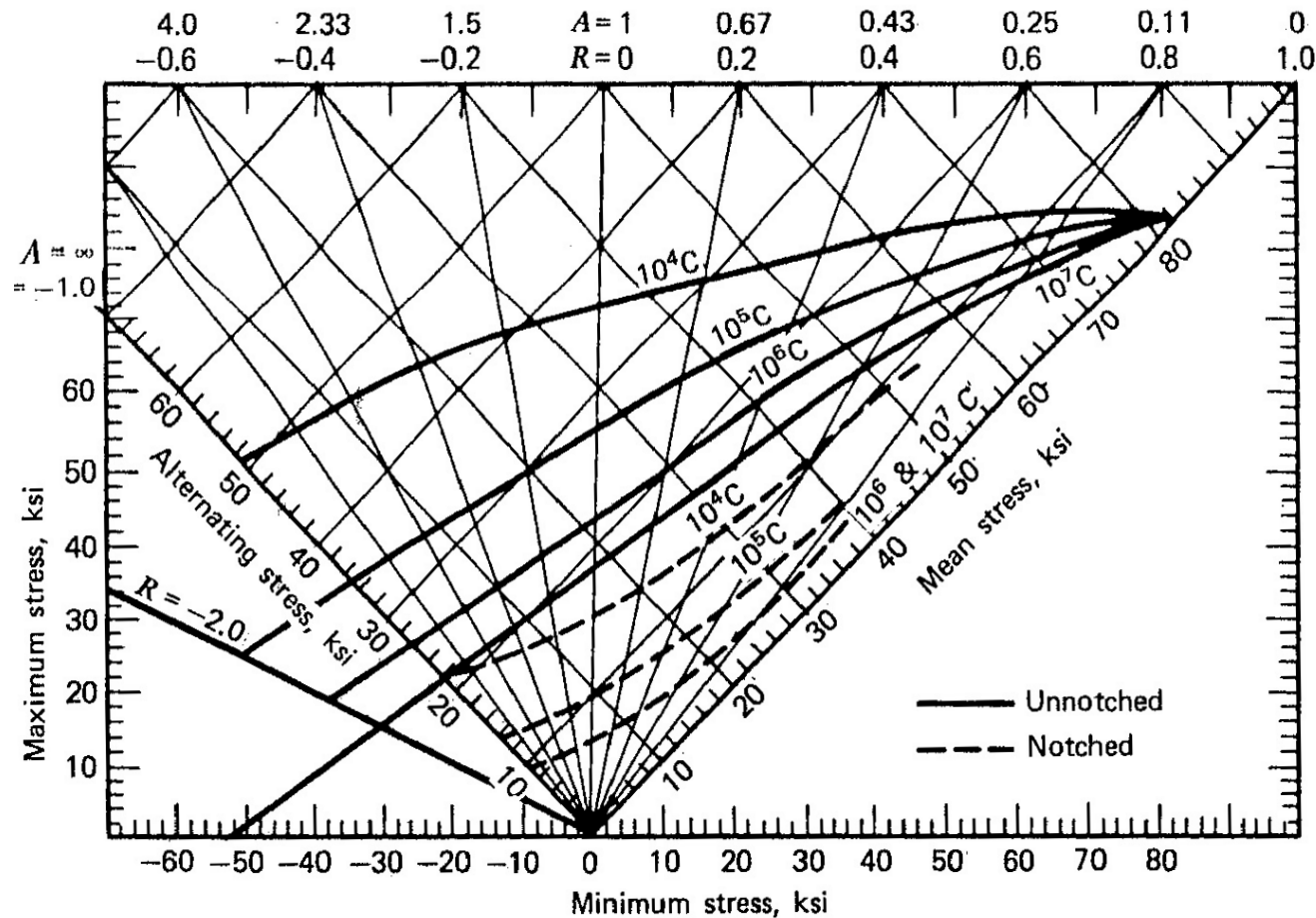
Pravděpodobnost
poruchy: $P=50\%$

Vliv středního napětí

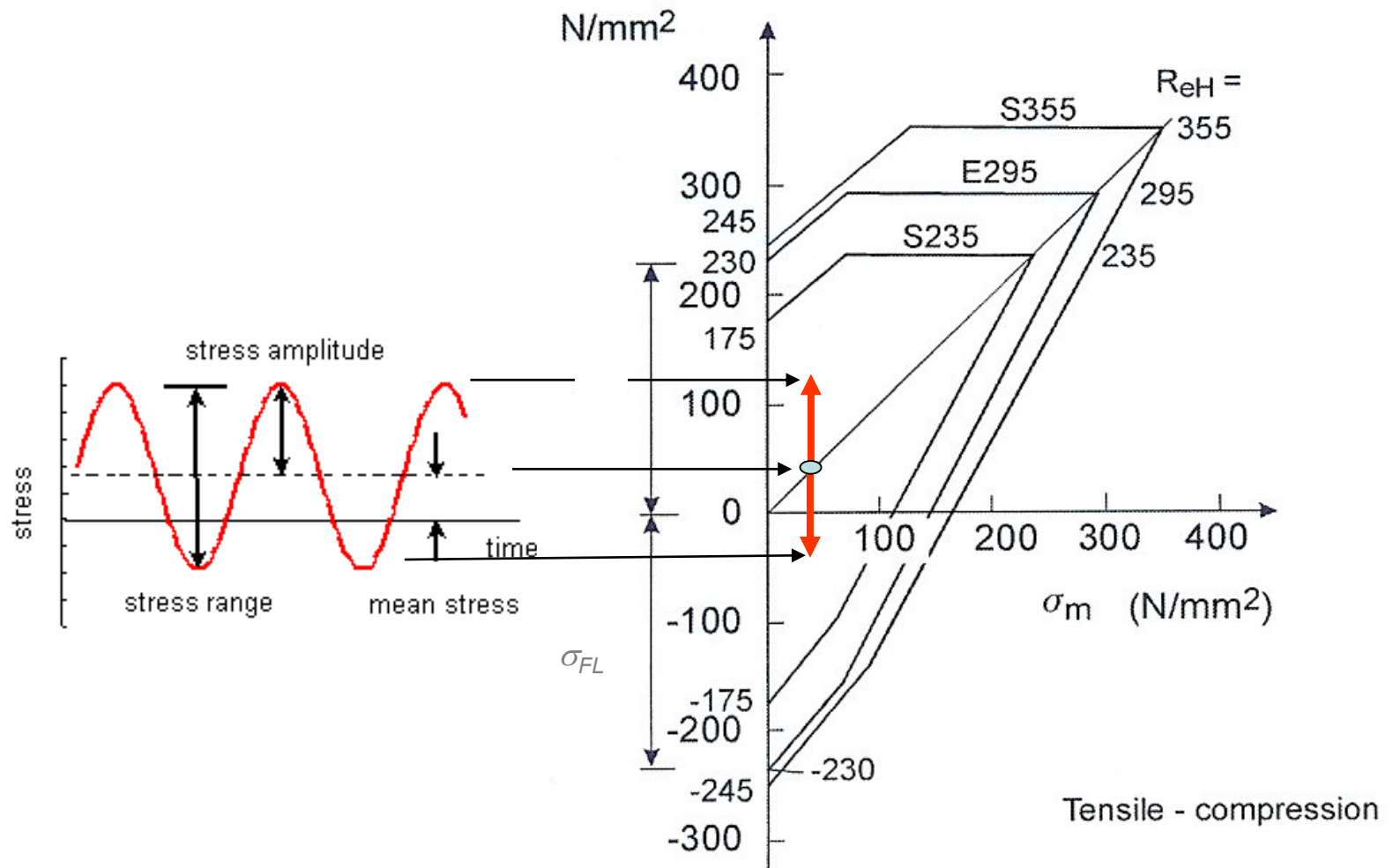
– USA (MIL-HDBK-5J

31 January 2003),

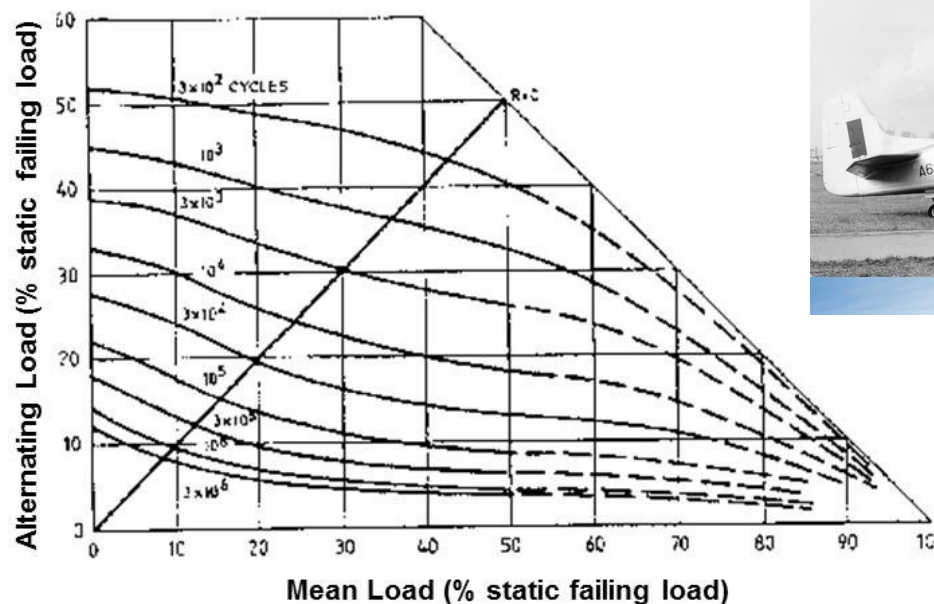
www.grantadesign.com/userarea/mil/mil5.htm



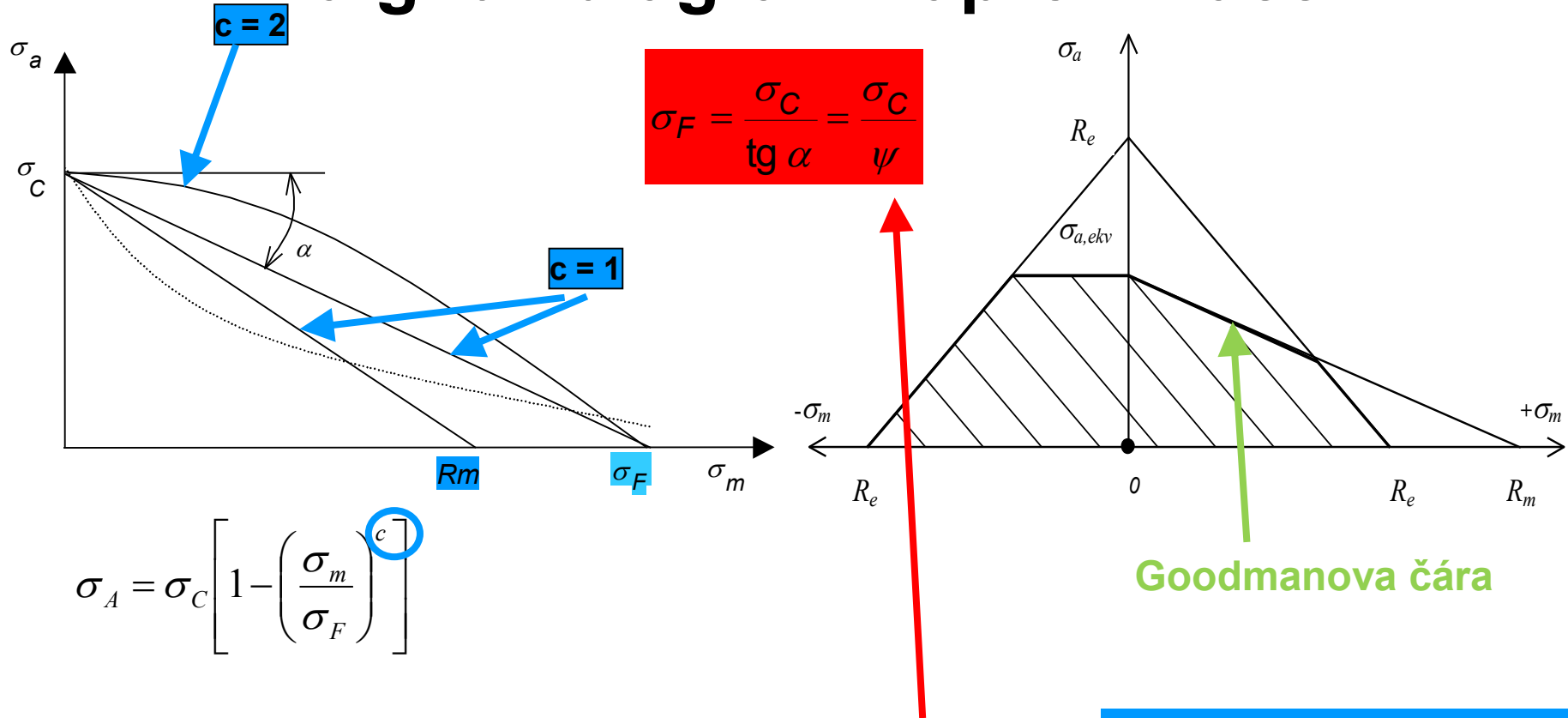
Smith diagram



Alternating Load - Mean Load Diagram for Mustang Wing



Haighův diagram - aproximace



Hodnoty součinitele citlivosti k asymetrii cyklu ψ
(„sbíhavost“)

odhad fiktivního napětí:

tah: $\sigma_F = R_m$
ohyb: $\sigma_F = (1,5 \div 1,7) R_m$
krut: $\tau_F = (0,7 \div 0,8) R_m$

Statická pevnost R_m [MPa]	350 ... 550	550 ... 750	750 ... 1000	1000...1200
tah-tlak, ohyb	0,1	0,15	0,2	0,25...0,3
krut	0,05	0,10	0,10	0,10...0,15

Bezpečnost na trvalou pevnost při symetricky střídavém zatěžování

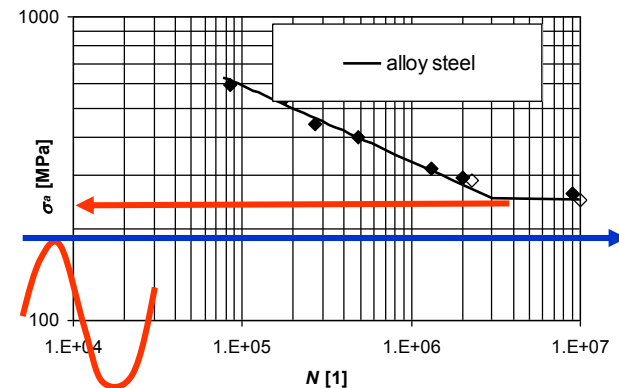
1. Symetricky střídavé napětí

Dána amplituda σ_a

Střední napětí $\sigma_m = 0$

Mez únavy součásti
v kritickém místě (vrubu)

$\sigma_{C,V}$ nebo σ_C^*

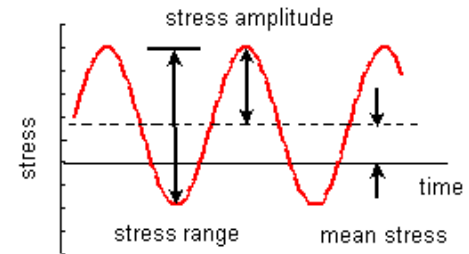


$$k_C = \frac{\sigma_{C,V}}{\sigma_a}$$

Bezpečnost na trvalou pevnost při asymetrickém zatěžování

2. Pulsující nebo nesymetricky střídavé napětí

- Dána amplituda σ_a
- Střední napětí $\sigma_m > 0$
- Mez únavy v kritickém místě $\sigma_{C,V}$



Pro mezní bod M platí

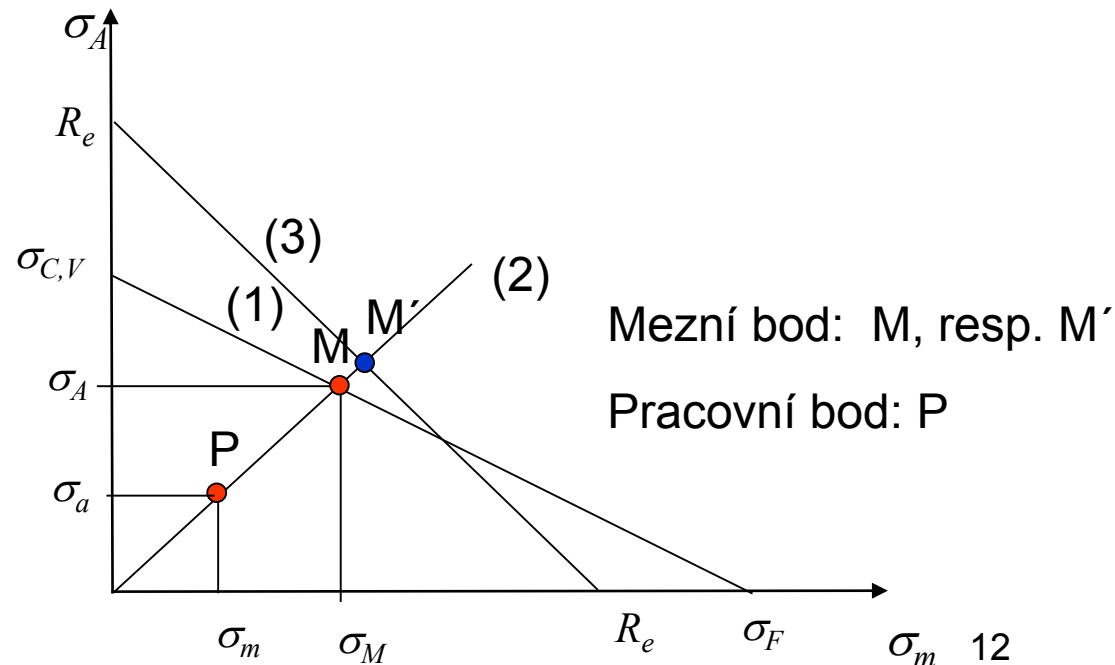
$$\frac{\sigma_A}{\sigma_{C,V}} + \frac{\sigma_M}{\sigma_F} = 1$$

Čára
(1)

$$\sigma_A = k_C \cdot \sigma_a$$

(2)

$$\sigma_M = k_C \cdot \sigma_m$$



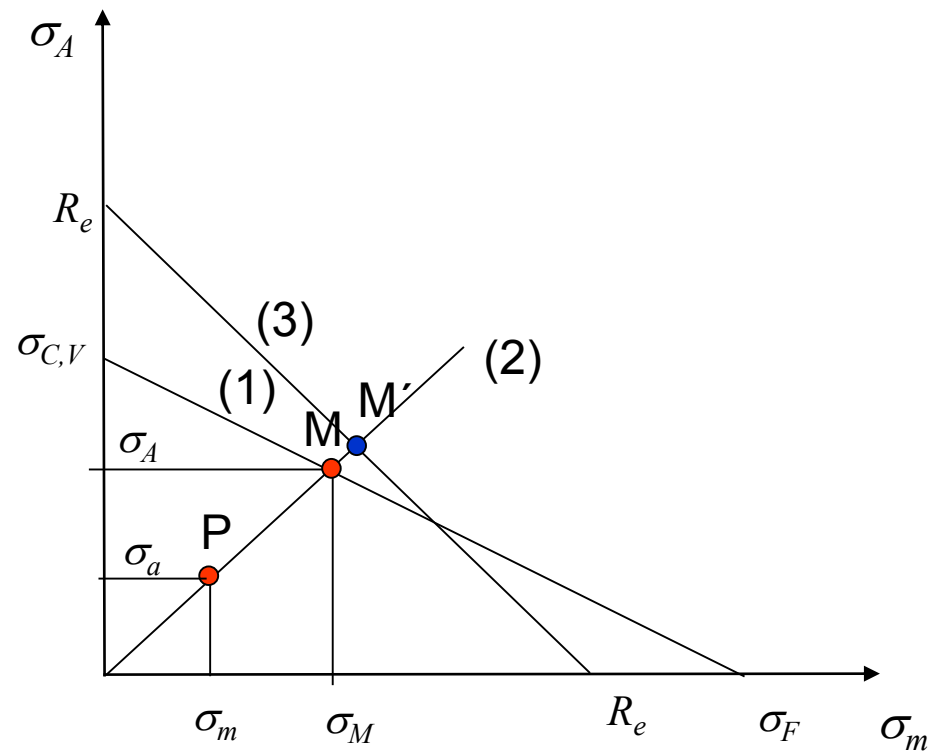
Bezpečnost při asymetrickém zatěžování

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_{C,V}} + \frac{\sigma_M}{\sigma_F} = 1 \quad (1)$$

$$\sigma_A = k_C \cdot \sigma_a \quad (2)$$

$$\sigma_M = k_C \cdot \sigma_m$$

$$\frac{1}{k_C} = \frac{1}{\frac{\sigma_{C,V}}{\sigma_a}} + \frac{1}{\frac{\sigma_F}{\sigma_m}} = \frac{1}{k_a} + \frac{1}{k_m}$$



Bezpečnost při asymetrickém zatěžování

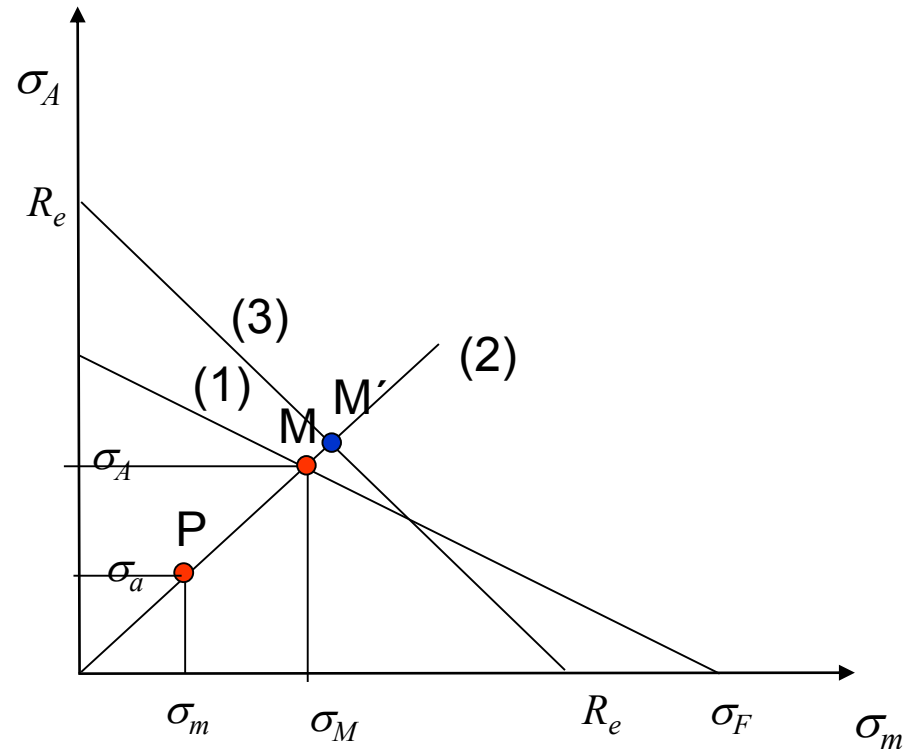
Pro mezní bod M' platí

$$\frac{\sigma_A}{R_e} + \frac{\sigma_M}{R_e} = 1 \quad \text{Čára} \quad (3)$$

$$\sigma_A = k_\sigma \cdot \sigma_a \quad (2)$$

$$\sigma_M = k_\sigma \cdot \sigma_m$$

$$\frac{1}{k_{Re}} = \frac{1}{\frac{R_e}{\sigma_a}} + \frac{1}{\frac{R_e}{\sigma_m}} = \frac{1}{k_{a,Re}} + \frac{1}{k_{m,Re}}$$



Výsledný součinitel
bezpečnosti

$$k = \min(k_C, k_{Re})$$

Bezpečnost na trvalou pevnost při kombinovaném zatěžování

Dáno:

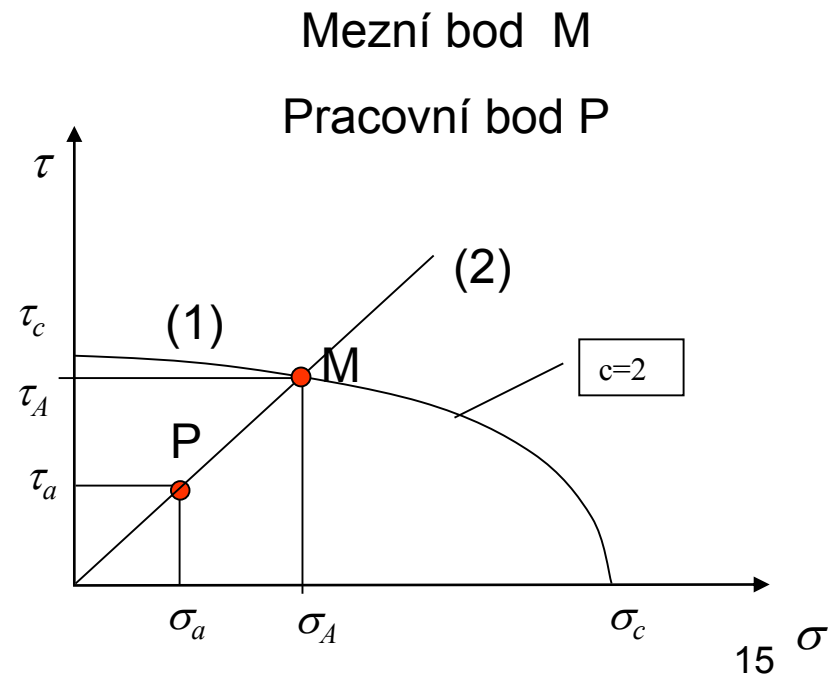
- amplituda normálového napětí (ohyb, tah atd...) σ_a
- amplituda smykového napětí (krut) $\sigma_m > 0$
- mez únavy v kritickém místě pro normálové napětí (ohyb, tah) σ_C resp. $\sigma_{C,V}$
- mez únavy v kritickém místě pro smykové napětí (ohyb, tah) τ_C resp. $\tau_{C,V}$

$$\left(\frac{\tau_A}{\tau_C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_A}{\sigma_C}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

$$\sigma_A = k_\sigma \cdot \sigma_a \quad (2)$$

$$\tau_A = k_\tau \cdot \tau_a$$

$$\frac{1}{k^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sigma_C}{\sigma_a}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{\tau_C}{\tau_a}\right)^2} = \frac{1}{k_\sigma^2} + \frac{1}{k_\tau^2}$$



Bezpečnost na trvalou pevnost při kombinovaném zatěžování s vlivem středních složek napětí

Dáno:

- amplituda normálového napětí (ohyb, tah atd...) σ_a
- střední napětí $\sigma_m > 0$
- amplituda smykového napětí (krut) $\tau_m > 0$
- střední napětí $\tau_m > 0$
- mez únavy v kritickém místě pro normálové napětí (ohyb, tah) $\sigma_{C,V}$
- mez únavy v kritickém místě pro smykové napětí (ohyb, tah) $\tau_{C,V}$

σ_a	σ_m
τ_a	τ_m

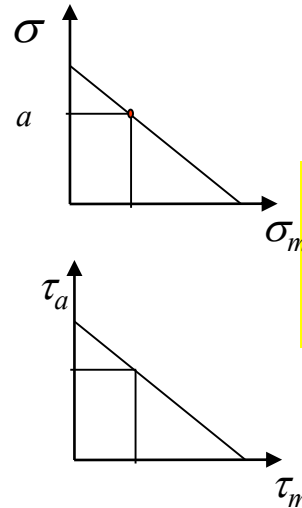
Bezpečnost na trvalou pevnost při kombinovaném zatěžování

2 cesty řešení

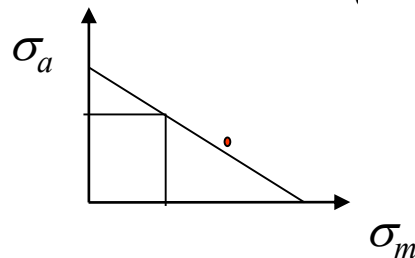
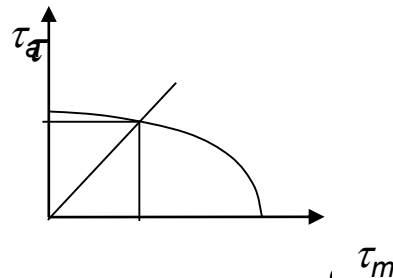
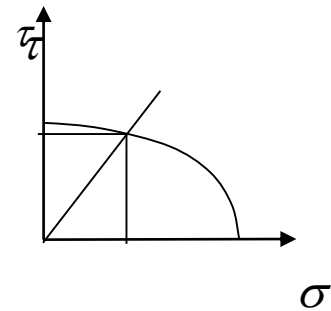
σ_a	σ_m
τ_a	τ_m

$$\frac{1}{k_\sigma} = \frac{1}{\frac{\sigma_{C,V}}{\sigma_a}} + \frac{1}{\frac{\sigma_f}{\sigma_m}} = \frac{1}{k_a} + \frac{1}{k_m}$$

$$\frac{1}{k_\tau} = \frac{1}{\frac{\tau_{C,V}}{\tau_a}} + \frac{1}{\frac{\tau_f}{\tau_m}} = \frac{1}{k_a} + \frac{1}{k_m}$$



$$\sigma_m \frac{1}{k_C^2} = \frac{1}{k_\sigma^2} + \frac{1}{k_\tau^2}$$



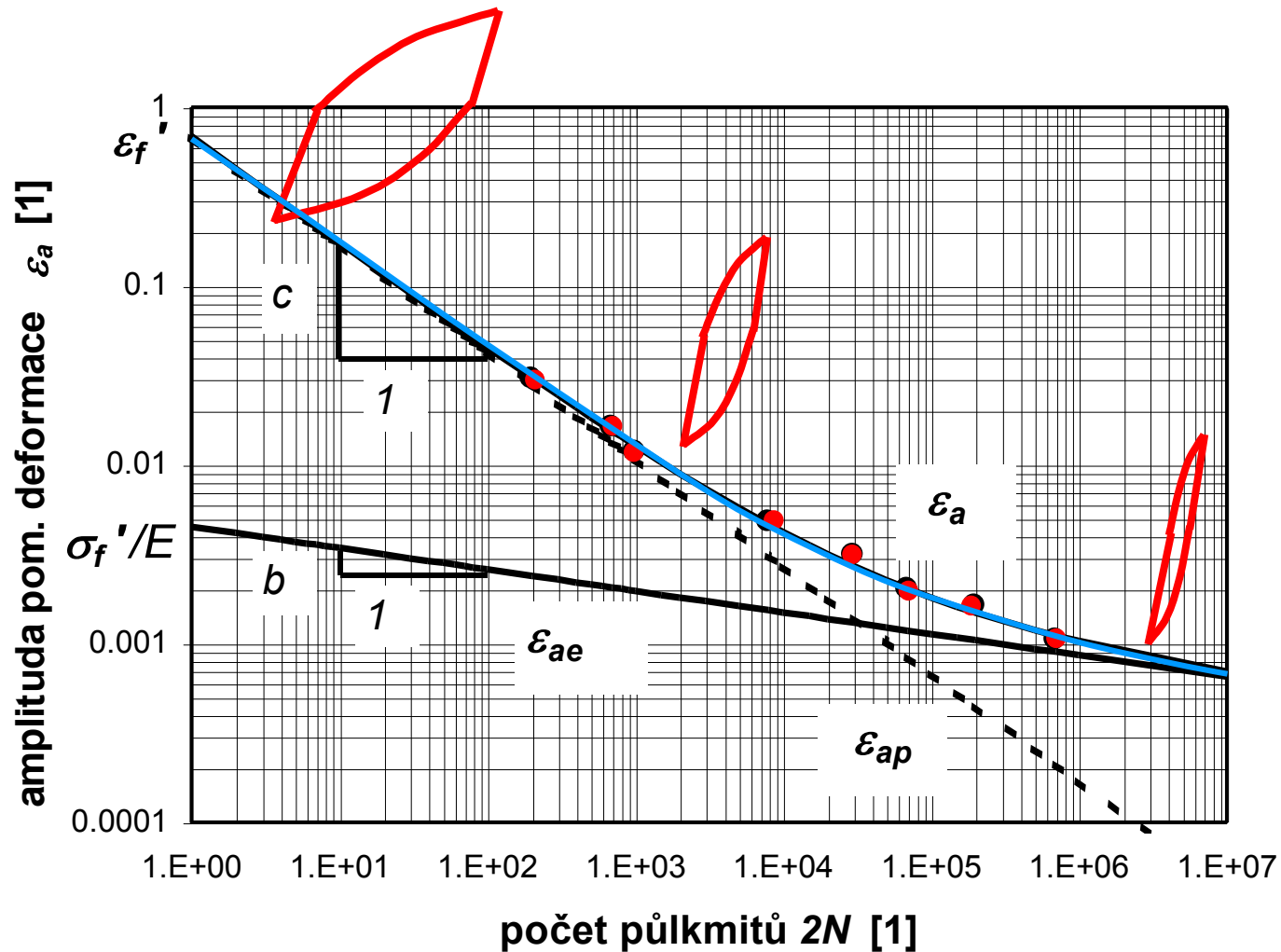
$$\sigma_{a,HMH} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

$$\sigma_{m,HMH} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$$

$$\frac{1}{k_C} = \frac{1}{\frac{\sigma_{C,V}}{\sigma_{a,HMH}}} + \frac{1}{\frac{\sigma_f}{\sigma_{m,HMH}}} = \frac{1}{k_a} + \frac{1}{k_m}$$

Únavové křivky deformace

Manson-Coffin – unavová křivka deformace



Manson-Coffin – matematický popis

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a^{el} + \varepsilon_a^{pl} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b + \varepsilon_f' (2N)^c$$

σ_f' ...součinitel únavové pevnosti, b ...exponent únavové pevnosti

ε_f' ...součinitel únavové deformace, c ...exponent únavové deformace

Po logaritmické úpravě

$$\varepsilon_a^{el} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b, \quad \varepsilon_a^{pl} = \varepsilon_f' (2N)^c$$

$$\log \varepsilon_a^{el} = \log \frac{\sigma_f'}{E} (2N)^b, \quad \log \varepsilon_a^{pl} = \log \varepsilon_f' (2N)^c$$

$$\log \varepsilon_a^{el} = \log \frac{\sigma_f'}{E} + b \log(2N), \quad \log \varepsilon_a^{pl} = \log \varepsilon_f' + c \log(2N)$$

Obě závislosti jsou přímkové v log-log systému

Tranzitní počet cyklů
= průsečík přímk:

$$\varepsilon_{ael} = \varepsilon_{apl}$$

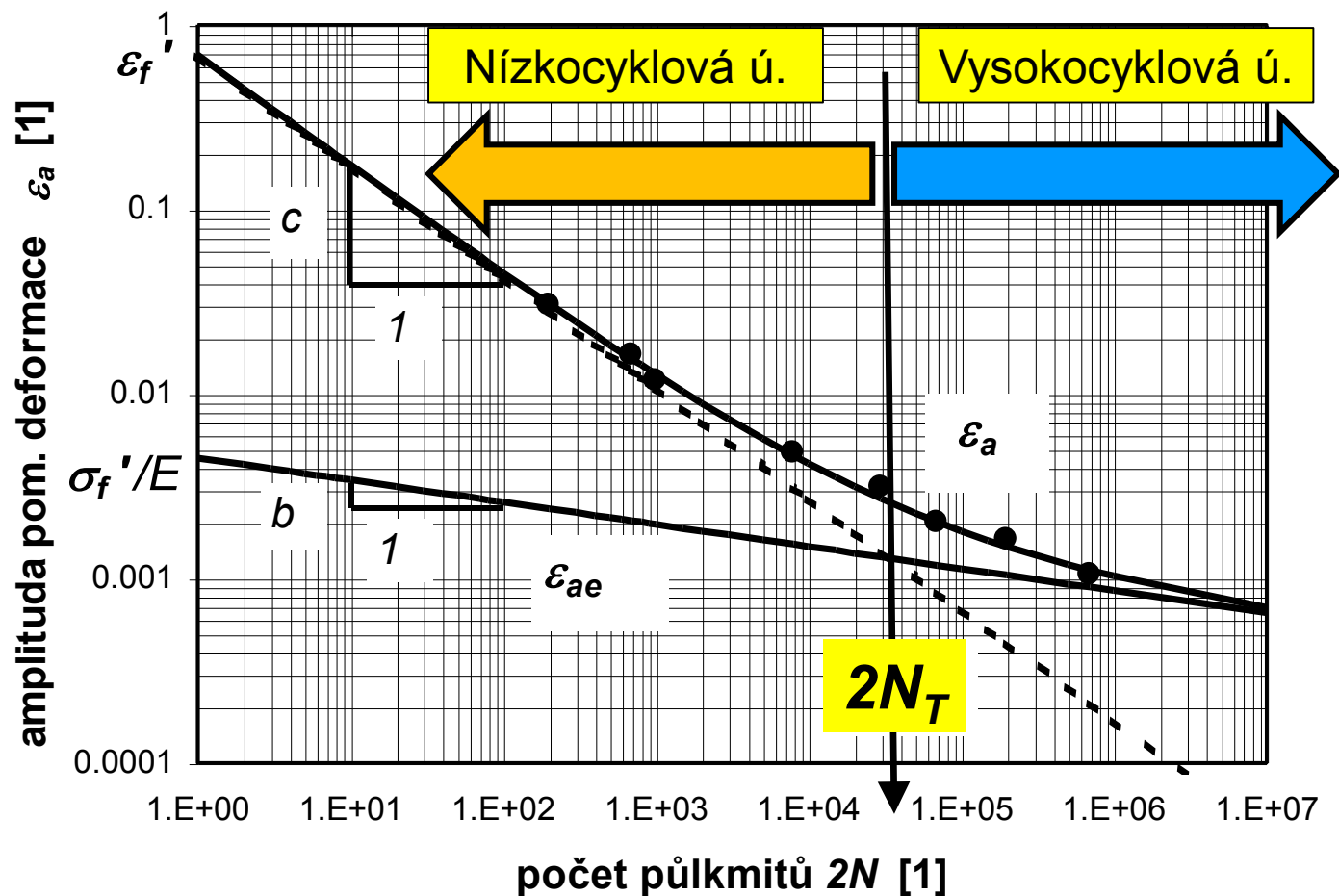
⇓

$$\frac{\sigma_f'}{E} (2N_t)^b = \varepsilon_f' (2N_t)^c$$

⇓

$$N_t = \frac{1}{2} \left(\frac{E \varepsilon_f'}{\sigma_f'} \right)^{1/b-c} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_f'}{E \varepsilon_f'} \right)^{1/c-b}$$

Manson-Coffin – unavová křivka deformace



Rekapitulace materiálových parametrů

popisujících únavový proces

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}}$$

$$\sigma_a = \sigma'_f \cdot (2N)^b$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N)^b + \varepsilon'_f (2N)^c$$

K' Součinitel cyklického zpevnění
(cyclic strain hardening coeff.)
 n' exponent cyklického zpevnění
(cyclic strain hardening exponent)

σ'_f Součinitel únavové pevnosti
(fatigue strength coeff.)
 b exponent únavové pevnosti
(fatigue strength exponent)

ε'_f Součinitel únavové tažnosti
(fatigue ductility coeff.)
 c exponent únavové tažnosti
(fatigue ductility exponent)

6 únavových materiálových parametrů, jen 4 jsou nezávislé:

$$K', \quad n', \quad \sigma'_f, \quad b, \quad \varepsilon'_f, \quad c$$

$$\sigma_a = \sigma'_f \cdot (2N)^b = K' (\varepsilon'_f)^{n'} \cdot (2N)^{c \cdot n'}$$

$$n' = \frac{b}{c}$$

$$K' = \frac{\sigma'_f}{(\varepsilon'_f)^{n'}}$$

Odhady únavových parametrů

<i>Parametr</i>	<i>Nelegované a nízkolegované oceli</i>	<i>Hliníkové a titanové slitiny</i>
σ'_f	$1,5 \cdot R_m$	$1,67 \cdot R_m$
b	-0,087	-0,095
ε'_f	$0,59 \cdot \psi$	0,35
c	-0,58	-0,69
σ_C	$0,45 \cdot R_m$	$0,42 \cdot R_m$
ε_C	$0,45 \cdot \frac{R_m}{E} + 1,95 \cdot 10^{-4} \cdot \psi$	$0,42 \cdot \frac{R_m}{E}$
N_C	$5 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$
K'	$1,65 \cdot R_m$	$1,61 \cdot R_m$
n'	0,15	0,11
kde	$\psi = 1,0 \quad \text{pro } \frac{R_m}{E} \leq 3 \cdot 10^{-3}$ $\psi = \left(1,375 - 125,0 \cdot \frac{R_m}{E} \right) \quad \text{pro } \frac{R_m}{E} > 3 \cdot 10^{-3}$ $\psi \geq 0$	

BÄUMEL, A.; SEEGER, T.: Material Data for Cyclic Loading – Suppl. 1.
Materials Science Monographs 61, Elsevier Sc. Publisher, Amsterdam 1990

Manson: metoda univ. směrníc (platí pro oceli): $\Delta \varepsilon = 2 \varepsilon_a = 3,5 \frac{R_m}{E} \cdot (N)^{-0,12} + (\varepsilon_f)^{0,6} \cdot (N)^{-0,6}$

Materiálové databáze

- <https://www.efatigue.com/>
- <https://www.efatigue.com/constantamplitude/stresslife/materials/#a>



a trusted source for fatigue analysis

Menu

Search

Sign up for
eFatigue today!

Fatigue Technologies

Constant Amplitude

Fatigue Calculators

Stress-Life

Strain-Life

Crack Growth

Finders

Stress Concentration

Stress Intensity

Materials

Technical Background

Stress-Life

Strain-Life

Crack Growth

Variable Amplitude

Finite Element Model

Multiaxial

Probabilistic

High Temperature

Material Property Finder

☐ Crack Growth

☐ Strain-Life

☒ Stress-Life

Specification: Show All

Update Material List Filters

Aluminum 1100, Su=110.0
Aluminum 2014-T6, Hand Forged, Su=483.0
Aluminum 2014-T6, Su=496.4
Aluminum 2014-T6, Su=510.0
Aluminum 2024-T3, Su=490.0
Aluminum 2024-T3, Su=496.4
Aluminum 2024-T4, Su=476.0
Aluminum 2024-T6, Su=475.8
Aluminum 5083-0, BHN=93
Aluminum 5083-H12, Su=385.0

Aluminum 2024-T6, Su=475.8

Technology

Constant Amplitude Stress-Life

Owner

public

Material Type

aluminum

Material Specification

AA 2024-T6

Material Alloy

2024-T6

Elastic Modulus

E= 10500 ksi

Ultimate Strength

S_u= 69 ksi

Curve Intercept

S_f'= 136 ksi

Curve Slope

b= -0.11

Material Reference

MIL-HDBK-5F (fitted data)

Material Property Estimator

<http://www.pragtic.com/>

<http://www.pragtic.com/vmat.php/#a>

Pragtic SW
Author
FAQs
Bugs
Fatigue Lounge
News
Users
User Profile
Conferences
Gallery
Reports
Links
Sponsors
Glossary



2. record from 2 records of 11523
(ID=352)

Another selection

Manager: jan

Signed by: -

Mark: 11523

Alternate mark: ---

Standard: ---

Group: ---

Chemical composition [%]:	C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Mo
	0	0	0	0	0	0	0	0
	V	W	Ti	Cu	Al	Nb	balance	
	0	0	0	0	0	0	---	

- References:
1. ID 1991-000066 : Polák, J.: Cyclic Plasticity and Low Cycle Fatigue Life of Metals. Prague, Academia 1991. Manager: jan
 - 2.
 - 3.

Commentary: ---

Treatment: ---

Static data

Mark	Input value	Unit	Description
------	-------------	------	-------------

Variables not set:

Tensile elasticity modulus, Shear elasticity modulus, Poisson's ratio, Ultimate tensile strength, Ultimate shear strength, Tensile yield stress, Shear yield stress, Elongation at fracture, Reduction of area at fracture, Density, Hardness (acc. to Brinell), Hardness (acc. to Vickers), Hardness (acc. to Rockwell), Coefficient of static strength, Exponent of static strength, Coefficient of static strength in torsion, Exponent of static strength in torsion, Ambient temperature, True fracture strain

Fully reversed push-pull

Mark	Input value	Unit	Description
epsf	0.32	-	Fatigue ductility coefficient
c	-0.51	-	Fatigue ductility exponent
K	1090	MPa	Cyclic hardening coefficient
n	0.173	-	Cyclic hardening exponent
sig_yc	372	MPa	Cyclic yield stress