Úvod

PLASTICITA

DVA ZÁKLADNÍ PROBLÉMY PLASTICITY KOVŮ

- I. Návrh konstrukce z "mezního stavu„
  Zahrnuje relativně malá plastická přetvoření často stejného řádu jako jsou souběžná elastická přetvoření. Analýza případů, ve kterých jde o malá plastická přetvoření, umožňuje optimálně navrhnout danou konstrukci tak, aby nedošlo k jejímu porušení, ale zároveň aby nebyla mohutnější (a zároveň těžší), než je zapotřebí.

- II. Druhý typ problémů plasticity se týká procesů zpracování a tváření kovů jako je protlačování, tažení, kování, válcování atd. Tyto procesy probíhají při velkých přetvořeních a deformacích a to tak velkých, že elastická přetvoření mohou být zanedbána. V těchto případech jsou využívány zjednodušené modely materiálu jako je ideálně plastický model spolu se speciální limitními teorémy, které pro tyto modely platí.

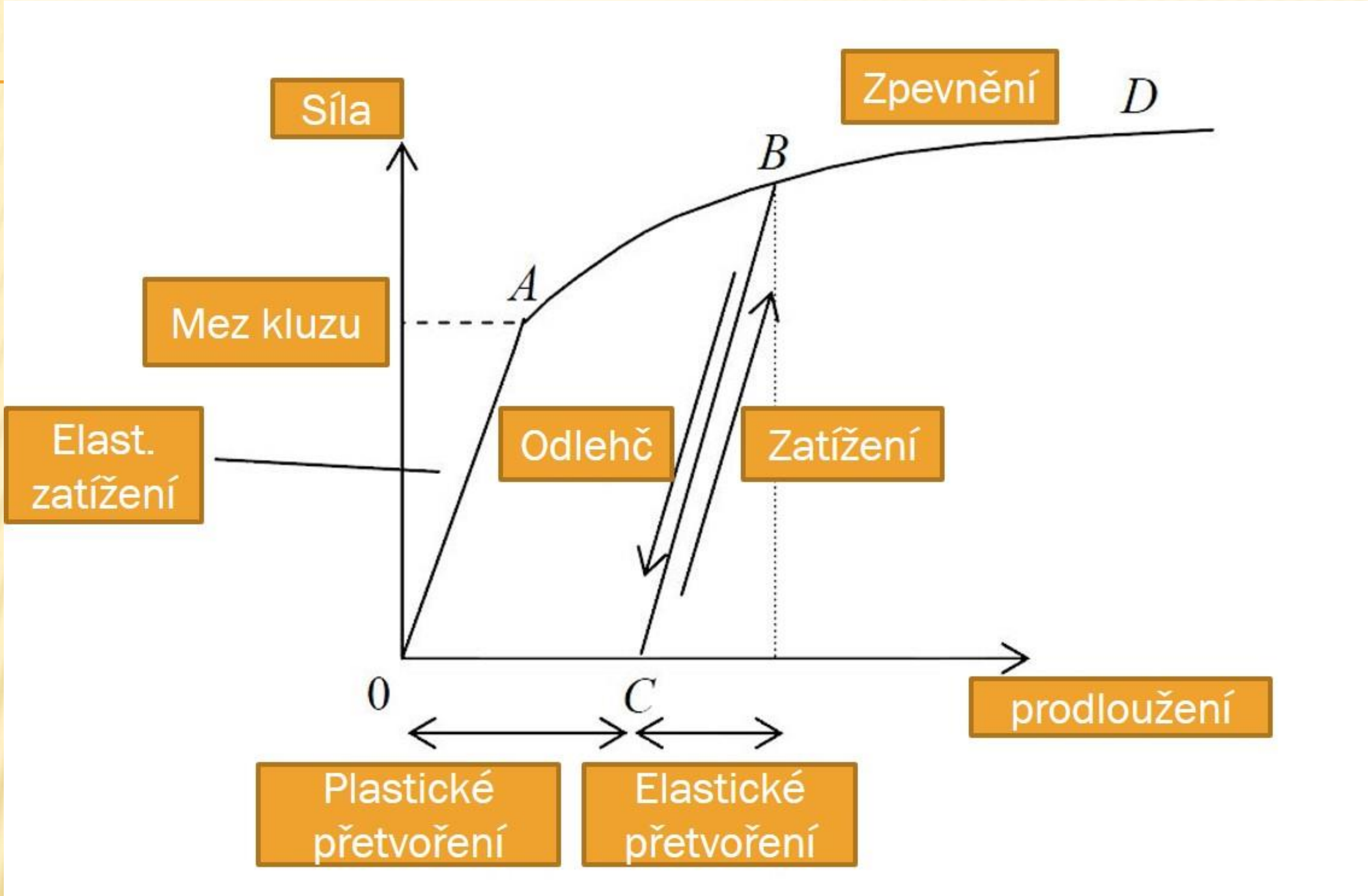
KOVY X PLASTY

- Plastická deformace kovů je za normálních teplot nezávislá na rychlosti deformace, tj. vyvolaná napětí nejsou závislá na rychlosti deformace (nebo na rychlosti zatěžování).

- Materiály běžně označované jako "plasty" nejsou plastické ve smyslu nauky o plasticitě. Chování těchto materiálů, stejně jako ostatních polymerů, je viskoelastické a jejich deformace má jak elastickou tak viskózní složku. V důsledku viskozity je jejich odezva závislá na rychlosti na rozdíl od kovových materiálů. Ačkoliv viskoelastické materiály mohou být nevratně deformovány, nemají nějakou kritickou mez kluzu či mezní napětí, které jsou naopak charakteristické pro plastické chování kovů.

- Jestliže je materiál podroben kritickému napětí na mezi kluzu a vzniklá plastická deformace je nevratná a závislá na rychlosti zatěžování, pak je materiál označován jako viskoplastický.

TAHOVÁ ZKOUŠKA



Dva důležité závěry, které vyplývají z tahové zkoušky:

(1) po počátku plastické deformace se objem materiálu mění jen zanedbatelně - říkáme, že materiál je nestlačitelný.

(2) křivka síla-prodloužení je víceméně stejná nezávisle na rychlosti, kterou je materiál natahován (při nejmenším za normálních teplot).

ZVÝŠENÍ MEZE KLUZU PO ODLEHČENÍ A OPĚTOVNÉM ZATÍŽENÍ

- Jestliže v plastické oblasti odlehčíme a znovu zatížíme vzorek, chová se materiál elasticky až do napětí, které je vyšší, než původní napětí na mezi kluzu. Toto napětí můžeme považovat za novou mez kluzu – mluvíme o zpevnění materiálu vlivem plastické deformace

- Při zkoušce v tlaku dostaneme podobné výsledky jako při tahové zkoušce. Mez kluzu v tlaku bude přibližně stejná (v abs hodn) jako napětí na mezi kluzu v tahu. Pokud na sebe položíme křivky skutečných napětí a přetvoření v tahu a tlaku, budou víceméně stejné, avšak křivky nominálních napětí se budou odlišovat.

- **Hydrostatický tlak**
- Experimenty ukazují, že u kovů je tečení nezávislé na hydrostatickém tlaku. To znamená, že napjatost $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$ neovlivní mez kluzu materiálu i při vysokém tlaku. (neplatí to pro horniny a kámen).

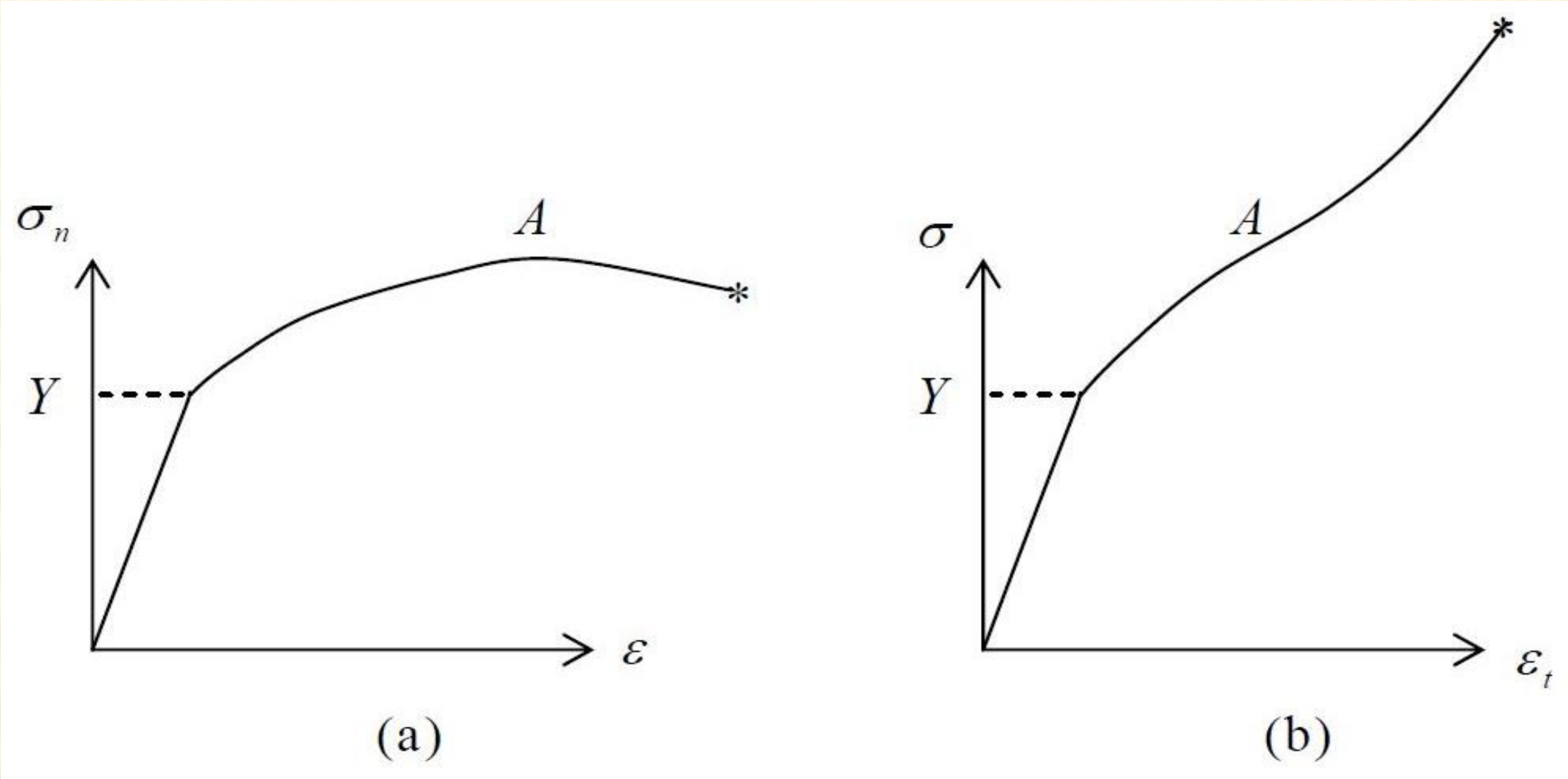
NOMINÁLNÍ A SKUTEČNÉ NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ

- 1) Sílu F, která působí na zkušební vzorek, normalizujeme vzhledem k původní ploše průřezu zkušebního vzorku S_0, to je nominální neboli inženýrské napětí $\sigma_n = F/S_0$
- 2) Sílu F podělíme okamžitou plochou průřezu S, dostaneme tzv. skutečné napětí $\sigma = F/S$, kde jak F tak plocha S se mění.
- 1) Podobně můžeme definovat inženýrské přetvoření jako: $$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0}$$
- 2) můžeme definovat skutečné (true) přetvoření - délka se mění kontinuálně a její malá změna *dl* vede k přírůstku přetvoření $d\varepsilon = dl/l$, kde *l* je okamžitá délka vzorku. Celkové přetvoření je pak součtem těchto přírůstků:

$$\varepsilon_t = \int_{l_0}^{l} \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right).$$

- Skutečné přetvoření je nazýváno logaritmickým přetvořením, nebo také Henckyho přetvořením. Při malých deformacích je rozdíl mezi oběma přetvořeními zanedbatelný. Skutečné a inženýrské přetvoření je vázáno vztahem $$\varepsilon_t = \ln\left(1 + \varepsilon\right).$$
- Pokud předpokládáme konstantní objem při plastické deformaci a zanedbáme objemové změny, máme vztah mezi skutečným a nominálním napětím $$\sigma = \sigma_n\, l/l_0 .$$

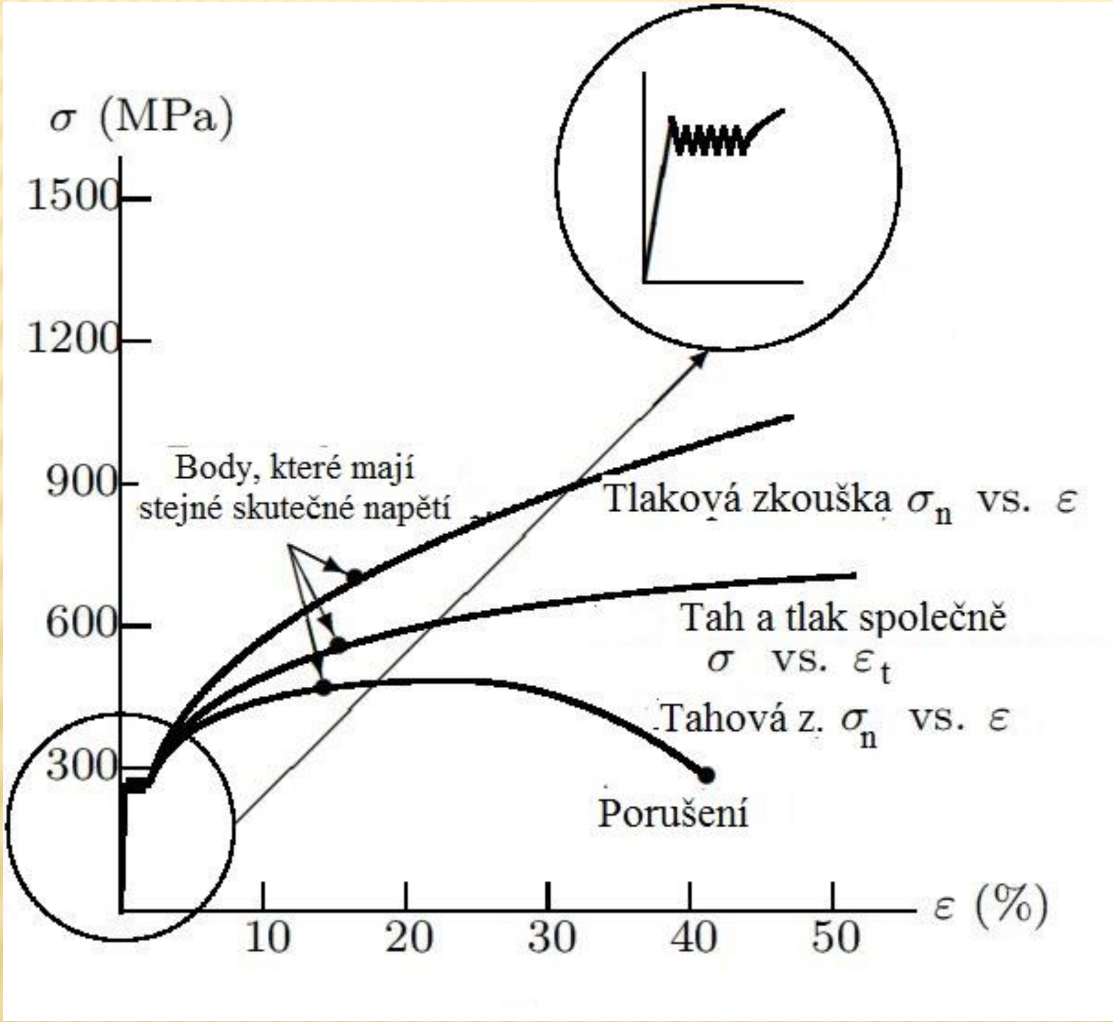
NOMINÁLNÍ (a) A SKUTEČNÝ (b) DIAGRAM TAHOVÉ ZKOUŠKY



a) Tahový diagram nominální napětí – nominální přetvoření, tvar diagramu je stejný jako diagram síla - protažení. Bod A odpovídá maximální hodnotě síly, které je ve zkoušce dosaženo. Nominální napětí v bodě A je mez pevnosti materiálu. Za tímto bodem se začne rychle vytvářet krček přibližně ve střední části vzorku a průřez se zmenšuje až se vzorek přetrhne (*).

b) Diagram skutečné napětí - skutečné přetvoření

SROVNÁNÍ DIAGRAMŮ TAHOVÉ A TLAKOVÉ ZKOUŠKY V INŽENÝRSKÝCH (NOMINÁLNÍCH) A SKUTEČNÝCH HODNOTÁCH NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ

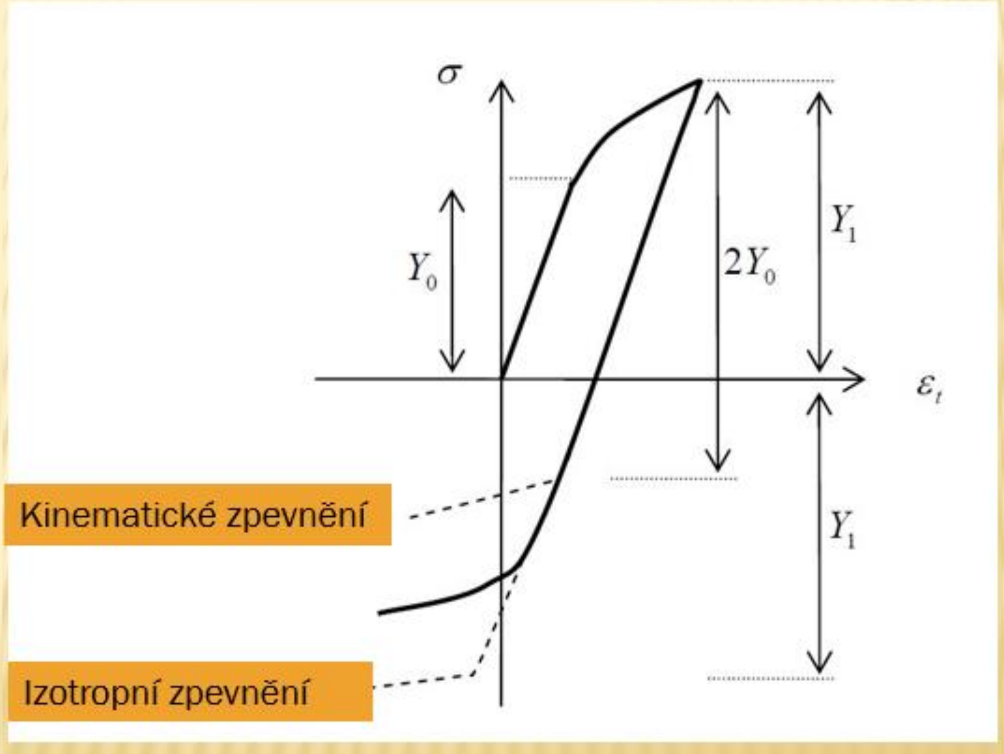


J. Lubliner, Plasticity theory

I když plastická deformace a „kluz“ je výrazné chování materiálu, je u většiny materiálů jasně definované napětí odpovídající mezi kluzu spíše výjimkou než pravidlem. Takovou výjimkou je právě tvárná nízkouhlíková ocel, která je nejčastěji používaným kovovým materiálem. Experimenty a snahy teoreticky popsat plastické chování tvárných ocelí s výraznou mezí kluzu přirozeně předcházely zkoumání plastického chování všech ostatních kovů. Tento popis zahrnoval i podmínku plasticity jako základ teorie plasticity.

BAUSCHINGERŮV JEV

Jestliže budeme zatěžovat panenský vzorek tak, že nejprve zatížíme tahem nad mez kluzu a po té odlehčíme a budeme pokračovat v tlakovém zatížení, zjistíme, že mez kluzu v tlaku není stejná, jako by byla, kdyby vzorek nebyl zatížen nejprve v tahu. Mez kluzu v tlaku bude v tomto případě mnohem menší, než odpovídající mez v tahu. Toto sníženi meze kluzu je tzv. Bauschingerův jev.



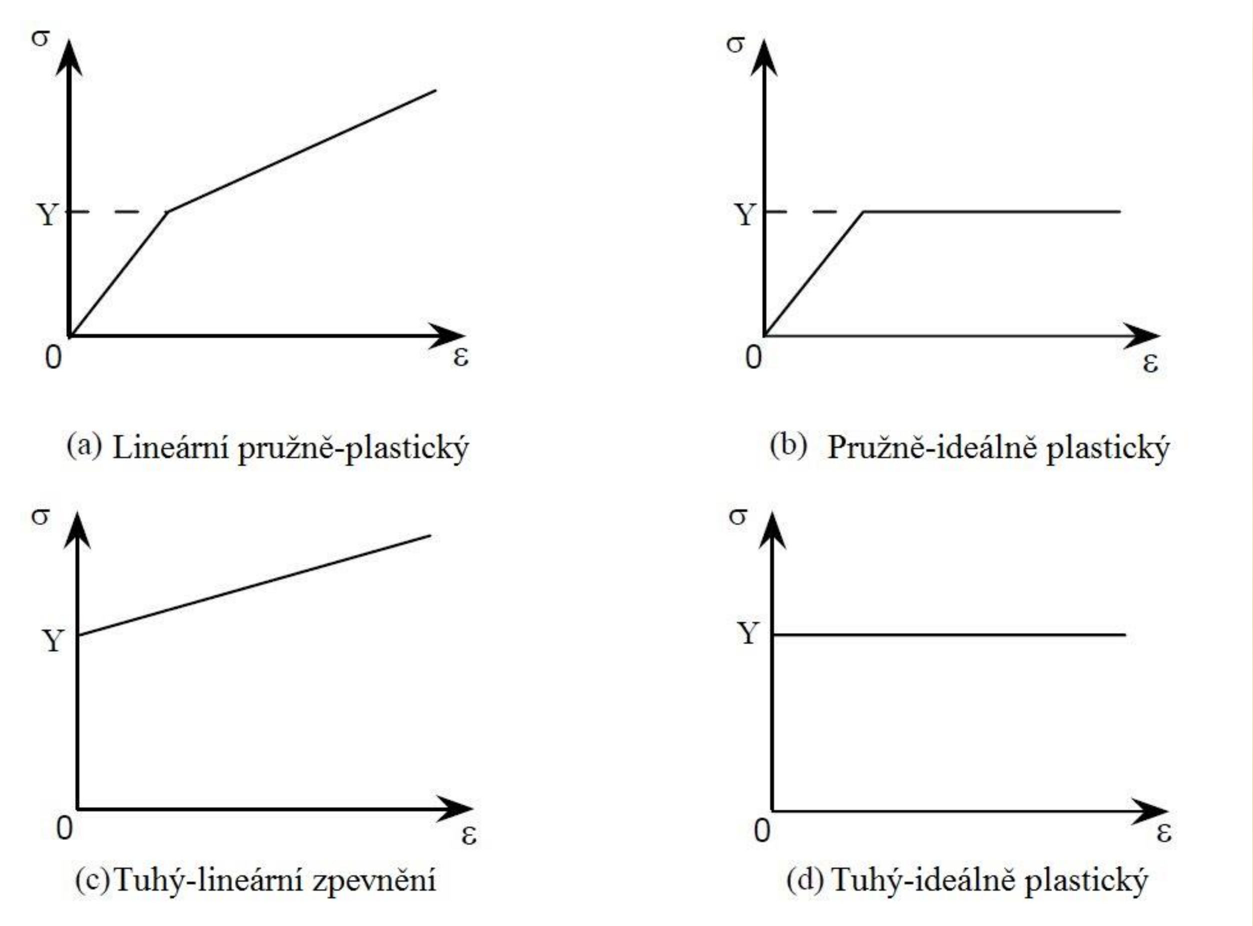
Plná čára je chování reálného materiálu. Tečkované čáry jsou dva krajní případy, které jsou užívány pro modely plasticity; první je model izotropního zpevnění, ve kterém jsou napětí na mezi kluzu stejné v tahu i v tlaku, druhý je model kinematického zpevnění, ve kterém je udržována konstantní šířka elastického rozmezí během deformace.

ZJEDNODUŠUJÍCÍ PŘEDPOKLADY TEORIE PLASTICITY

1. odezva materiálu je nezávislá na rychlosti zatěžování
2. materiál je v plastickém stavu nestlačitelný
3. zanedbáme Bauschingerův jev
4. mez kluzu nezávisí na hydrostatickém tlaku
5. materiál je izotropní

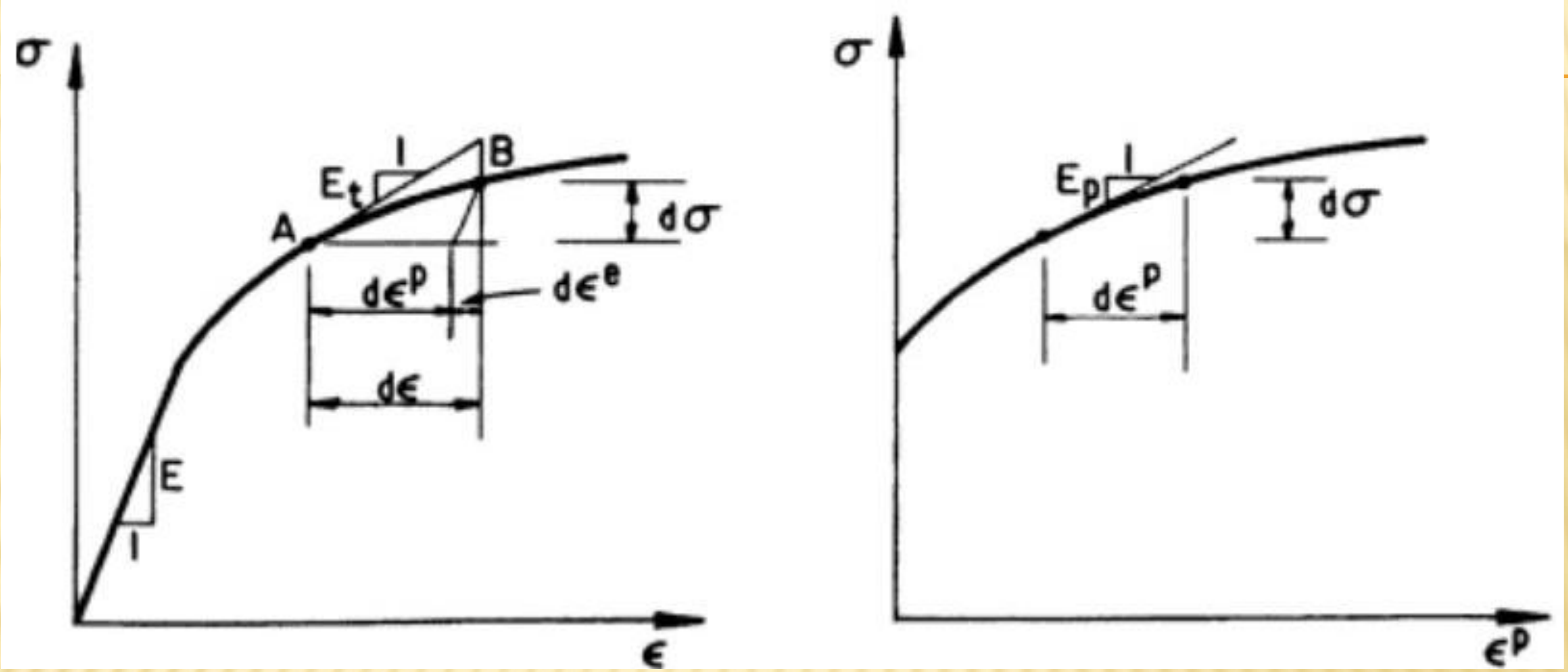
- První dva předpoklady jsou v dobré shodě s experimenty. Ostatní tři mohou, ale nemusejí být splněny - záleží na materiálu a podmínkách.
- Většina kovů může být považována za izotropní. Po velkých plastických deformacích - kupř. po válcování - se může materiál stát anizotropním - objeví se jasně materiálové směry a asymetrie (rozdíly ve vlastnostech ve směru tváření a směru na něj kolmém až 10%).
- Dále mohou být vysloveny další předpoklady týkající se typu zpevnění (izotropní x kinematické) a toho, zda je významná elastická deformace a je nutné jí zahrnout.

NĚKTERÉ MODELY MATERIÁLU UŽÍVANÉ V PLASTICITĚ



Ideálně plastické modely jsou vhodné hlavně pro tváření materiálů za vysokých teplot (válcování za tepla, tažení, protahování). Při velkých plastických deformacích se většinou zanedbávají elastická přetvoření.

TEČNÝ E_t A PLASTICKÝ E_p MODUL



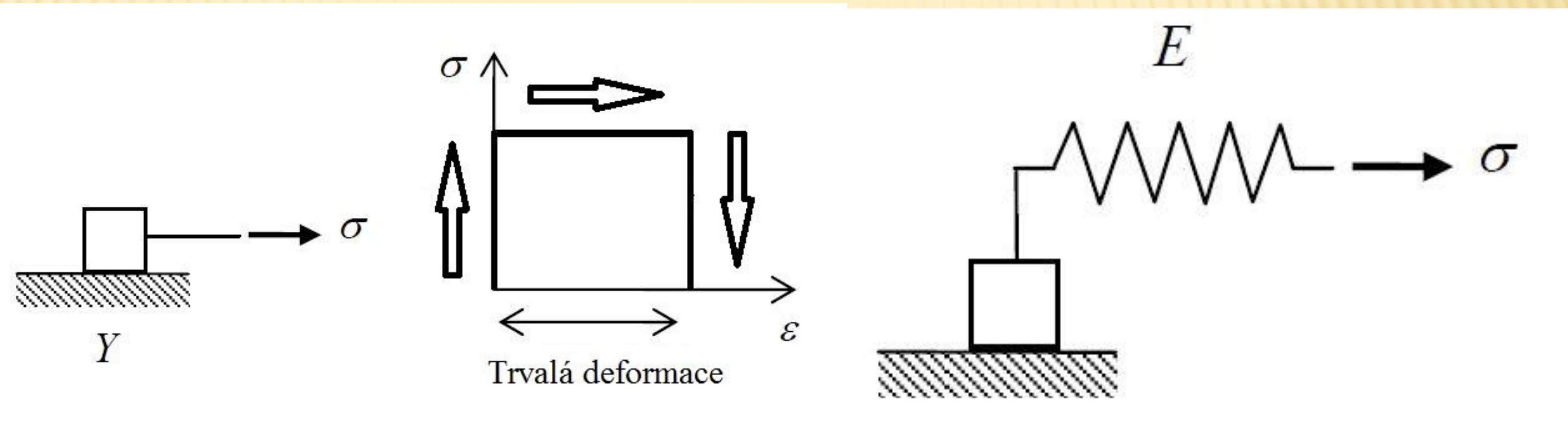
V elastické oblasti je napětí a přetvoření vázáno Youngovým modulem E. Tečný modul E_t je tangenta ke křivce napětí-přetvoření v plastické oblasti (během deformace se mění) Přírůstek napětí :

$$d\sigma = E_t d\varepsilon \Rightarrow d\varepsilon = d\sigma / E_t, \text{ kde } \varepsilon \text{ je celkové přetvoření } d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p$$

Plastický modul E_p váže přírůstek napětí a přírůstek plastického přetvoření :

$$d\varepsilon_e = \frac{d\sigma}{E}, \quad d\varepsilon_p = \frac{d\sigma}{E_p} \Rightarrow \frac{1}{E_t} = \frac{1}{E} + \frac{1}{E_p}$$

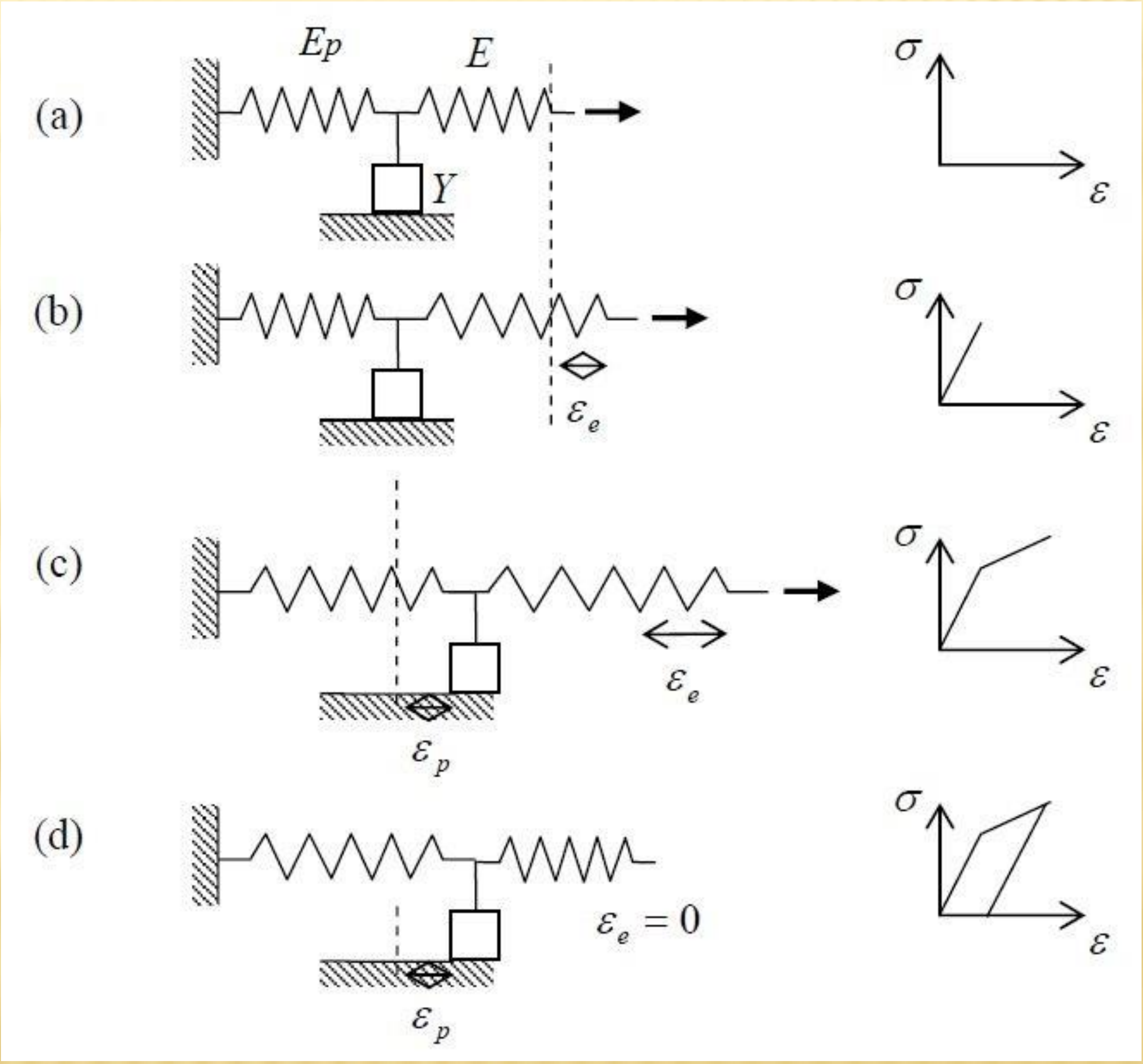
CHOVÁNÍ MATERIÁLU ZA MEZÍ KLUZU - MODELY S BLOKEM COULOMBOVA TŘENÍ.



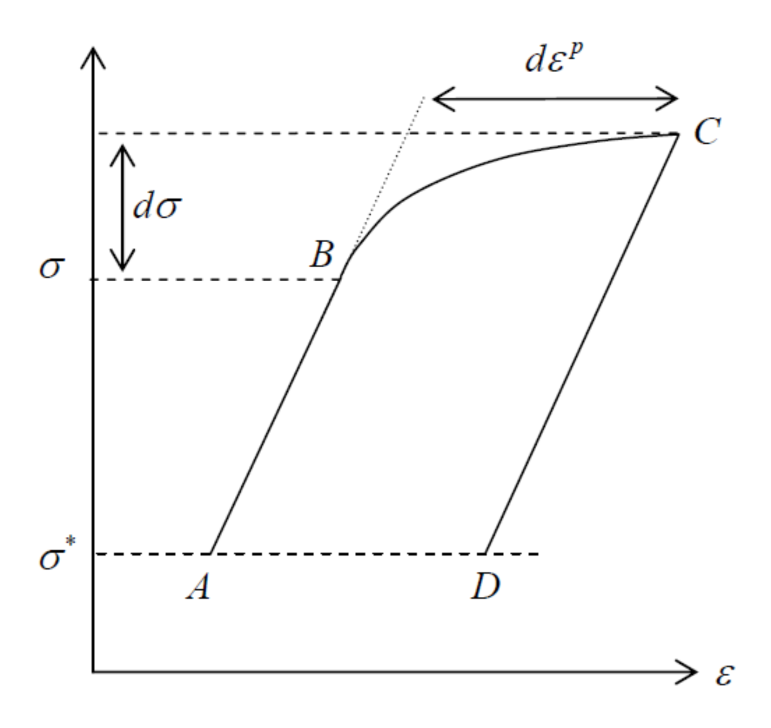
Ideálně tuho-plastický model - před dosažením meze kluzu nevznikne přetvoření (zanedbává se elastická deformace). Napětí nemůže překročit mez kluzu. Při odlehčení zůstane blok na svém místě (trvalá deformace) a napětí se vrátí na nulu. Velikost plastické deformace nelze z modelu stanovit.

Lineárně elastický - ideálně plastický model - kombinace třecího boxu a lineární pružiny. Pružina s tuhostí E (Youngův modul) se při zatížení prodlužuje a při dosažení meze kluzu se třecí člen začne pohybovat a pružina se dále nemůže prodlužovat. Při odlehčení zůstane blok na místě a pružina se vrátí na svou původní délku.

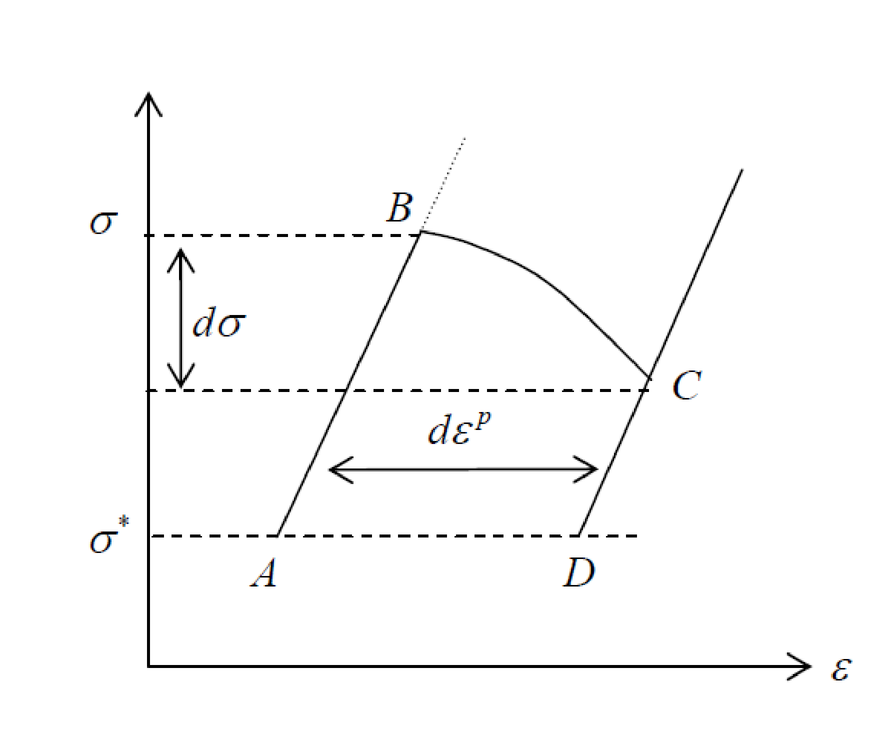
PRUŽNĚ-PLASTICKÝ MODEL S LINEÁRNÍM ZPEVNĚNÍM



a) Zpevňující se materiál za mezí kluzu



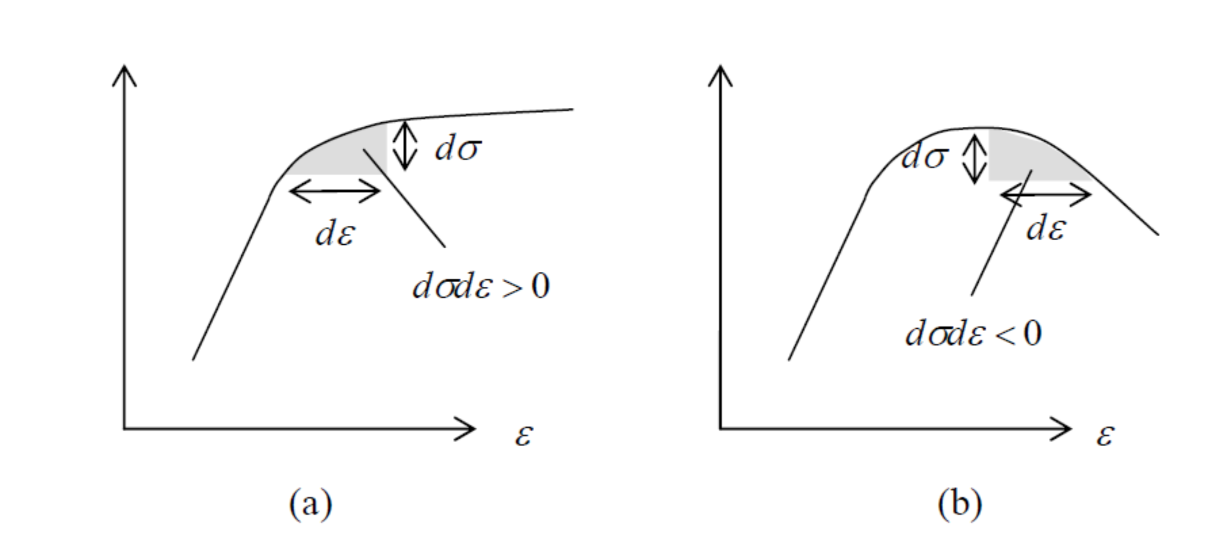
b) Změkčující se materiál za mezí kluzu



a) Předpokládejme, že materiál z výchozího stavu σ* (bod A) působením vnějších sil dosáhne meze kluzu σ (bod B) a pak již v plastickém stavu v důsledku přírůstku napětí dσ >0 dosáhne bodu C. Poté dojde k odlehčení na původní napětí σ*(bod D) a materiál zůstane trvale prodloužený o $d\varepsilon_p$. **Materiál byl podroben napěťovému cyklu.**

b) V případě změkčujícího se materiálu sice dojdeme zvýšením napětí na mez kluzu (B), avšak k dosažení bodu C je třeba nižšího napětí. To však nelze docílit odlehčením (materiál by se elasticky vrátil z meze kluzu B do bodu A), ale **je nutné řídit zatěžování deformací**. Odlehčení napětí z bodu C do bodu D opět probíhá elasticky. Přírůstek napětí dσ potřebný k docílení plastické deformace $d\varepsilon_p$ je tedy záporný dσ <0 . **Zatěžovací cyklus nebyl v celém rozsahu řízen napětím.**

DRUCKERŮV POSTULÁT – STABILNÍ A NESTABILNÍ MATERIÁL



- Vnější síly konají během zatěžovacího cyklu kladnou práci
- Práce vykonaná vnějšími silami během celého zatěžovacího cyklu je nezáporná

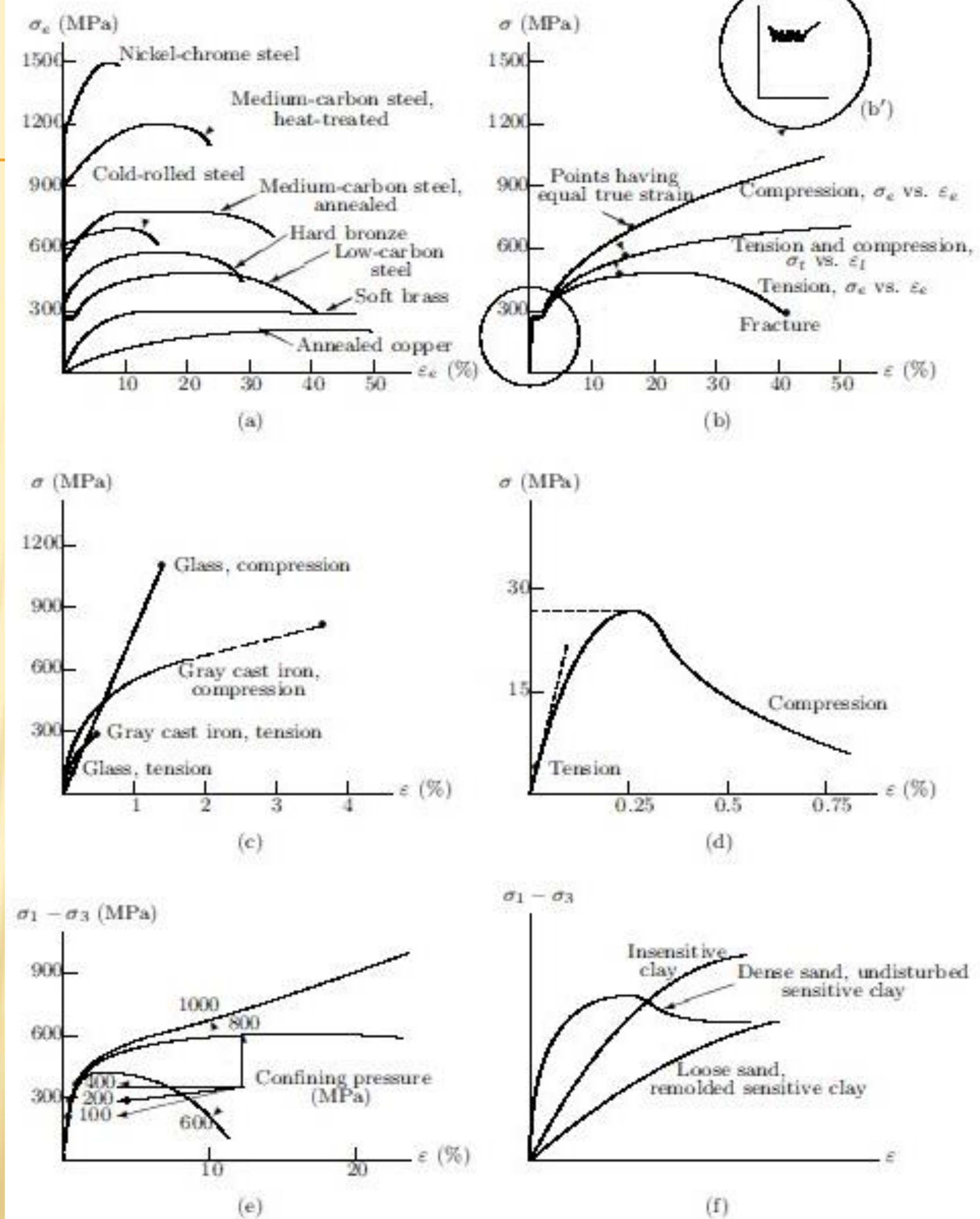
- $d\sigma d\varepsilon_p > 0$ zpevňující se materiál (stabilní materiál)
- $d\sigma d\varepsilon_p = 0$ ideálně plastický materiál
- $d\sigma d\varepsilon_p < 0$ změkčující se materiál (nestabilní materiál)

Z Druckerova postulátu vyplývají dva základní axiomy plasticity

- Mezní plocha musí být konvexní
- Vektor přírůstků plastických přetvoření je kolmý k mezní ploše

Tahové diagramy

- (a) tvárné kovy, prostý tah;
- (b) tvárné kovy (nízkouhlíková ocel), tah a tlak;
- (b’) okolí meze kluzu;
- (c) šedá litina a sklo, tlak a tah;
- (d) typický beton nebo hornina, tlak a tah;
- (e) kámen (vápenec), tříosý tlak;
- (f) zeminy, tříosý tlak.

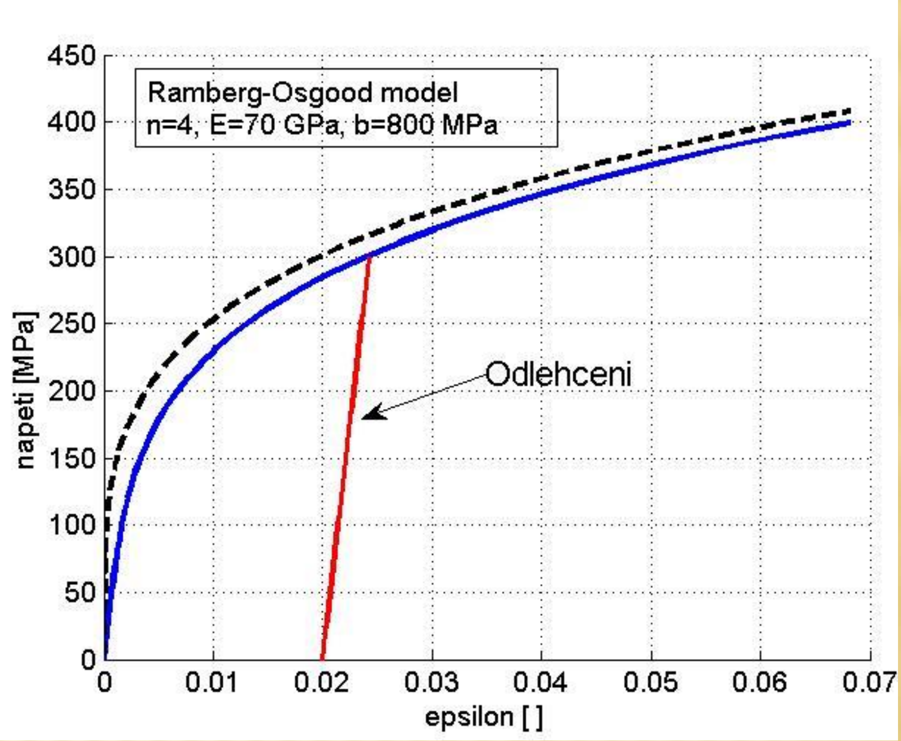


J. Lubliner, Plasticity theory

RAMBERG-OSGOOD MODEL PLASTICITY

- Materiály se zpevněním, ale **bez výrazné meze kluzu** jsou často aproximovány Ramberg-Osgoodovým modelem plasticity (modrá křivka)

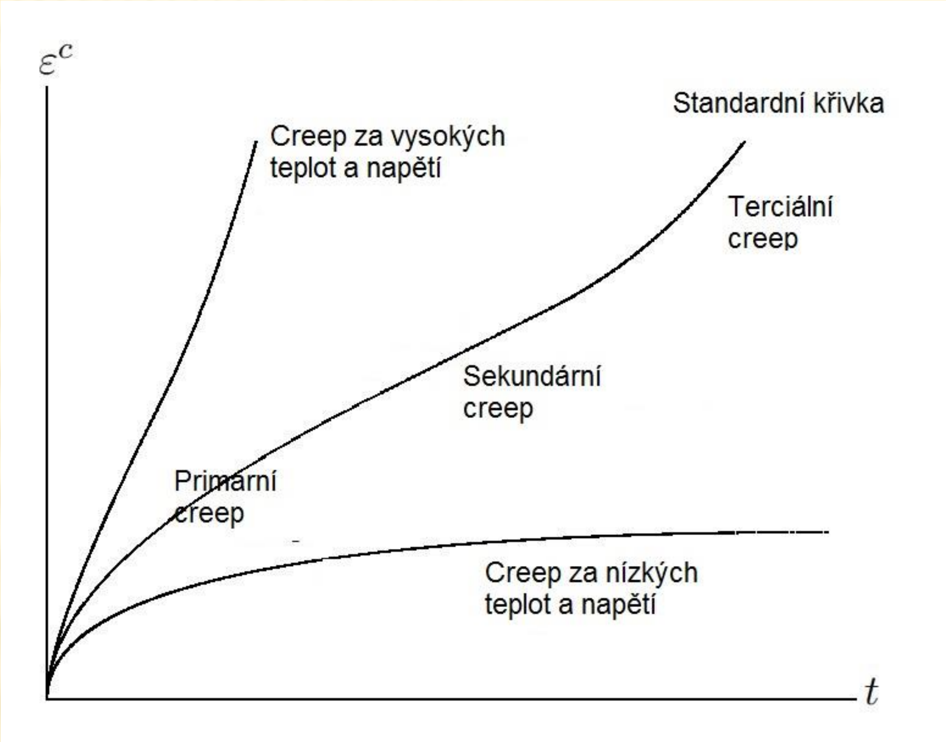
$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{b}\right)^n,$$



- kde ***E*** (elastický modul – odlehčení), ***n*** a ***b*** jsou materiálové parametry určené z experimentů - nafitováním výsledků tahových zkoušek.
- Z modré křivky R-O modelu je zřejmé, že napětí na mezi kluzu daného materiálu je nulové.
- Pokud je přetvoření dostatečně velké, aby nebylo nutné brát v úvahu elastické přetvoření, lze z R-O modelu vyjádřit napětí v závislosti na deformaci:

$$\sigma = C\varepsilon^m,$$ kde m=1/n je koeficient zpevnění (černá čárkovaná křivka, jejíž tečna v počátku je svislá osa napětí)

CREEP NEBOLI TEČENÍ KOVŮ ZA VYSOKÝCH TEPLOT



V oblasti sekundárního creepu je rychlost tečení ~ konst a závisí na velikosti působícího napětí a na teplotě = Nortonův zákon:

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{d\varepsilon_c}{dt} = k\sigma^n,$$

kde *k* a *n>1* jsou parametry, které závisí na teplotě a na materiálu. Bailey ukázal, že creepové deformace probíhají při konst objemu a nemá na ně vliv hydrostatická napjatost.

Pro tříosou napjatost zobecnil Odquist Nortonův zákon:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = \frac{2}{3}k\sigma_e^{n-1}s_{ij}, \quad \text{kde} \quad \sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} \quad \text{a} \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}$$

jsou složky deviátoru napětí.