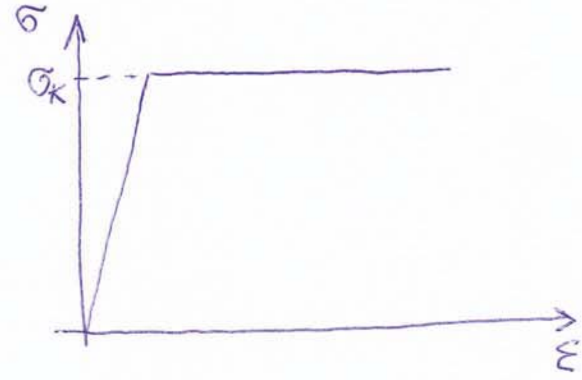
Pružně-plastický materiál – náhrada pracovního diagramu



Idealizovaný diagram má dvě části

1) $\sigma \leq \sigma_K$ lineární část ve které platí Hookeův zák.

2) Oblast plast. deformací které se rozvíjejí při konst. napětí $\sigma = \sigma_K$

Trescova podmínka plasticity

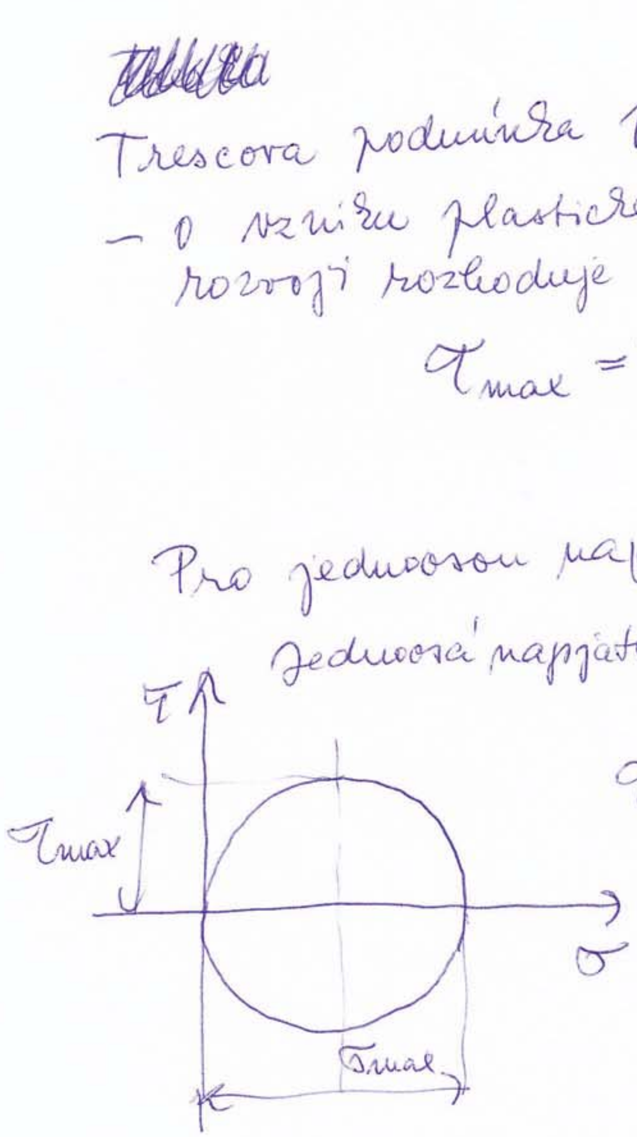
– o vzniku plastického stavu a o jeho rozvoji rozhoduje maximální smykové napětí

$$\tau_{max} = \tau_K$$

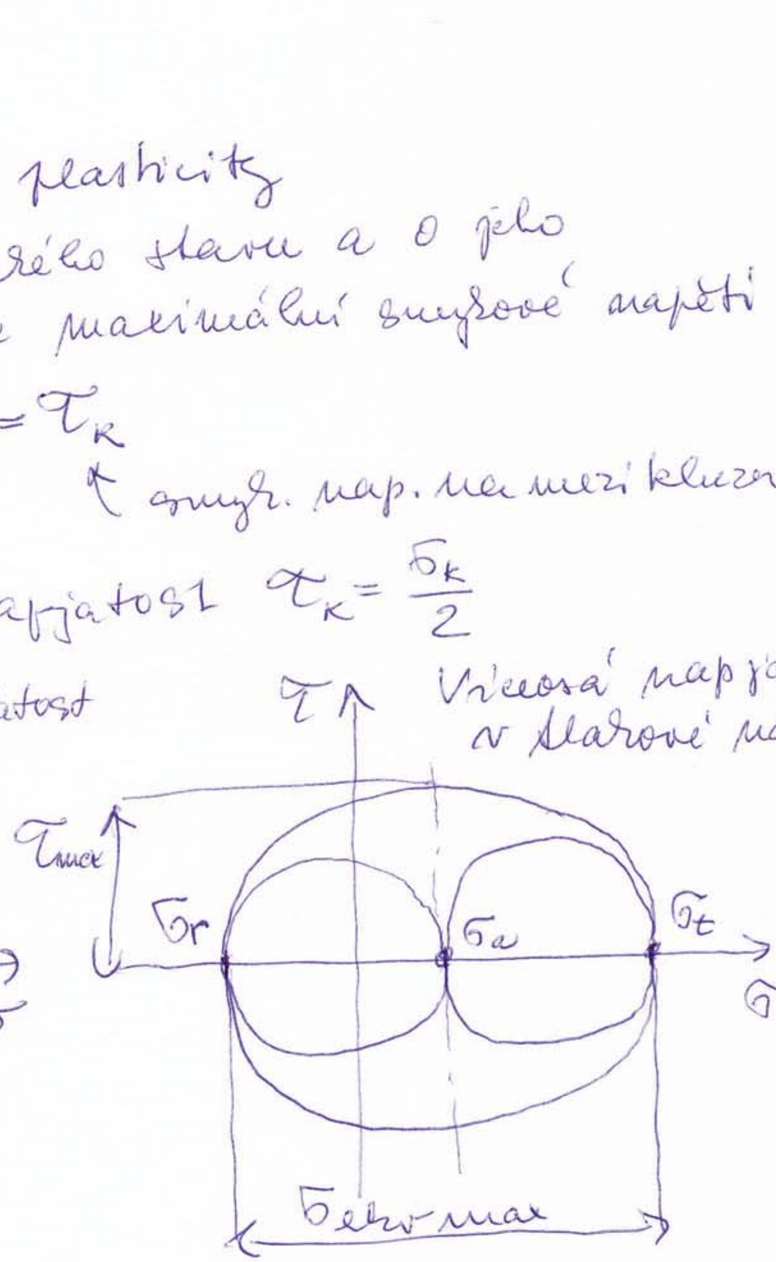
↑ smyk. nap. na mezi kluzu

Pro jednoosou napjatost $\tau_K = \frac{\sigma_K}{2}$

Jednoosá napjatost



Víceosá napjatost v tlakové nádobě



Plastické deformace v tlakové nádobě

1) podmínka rovnováhy musí být splněna i v plastickém stavu

$$\sigma_r + r\frac{d\sigma_r}{dr} - \sigma_t = 0$$

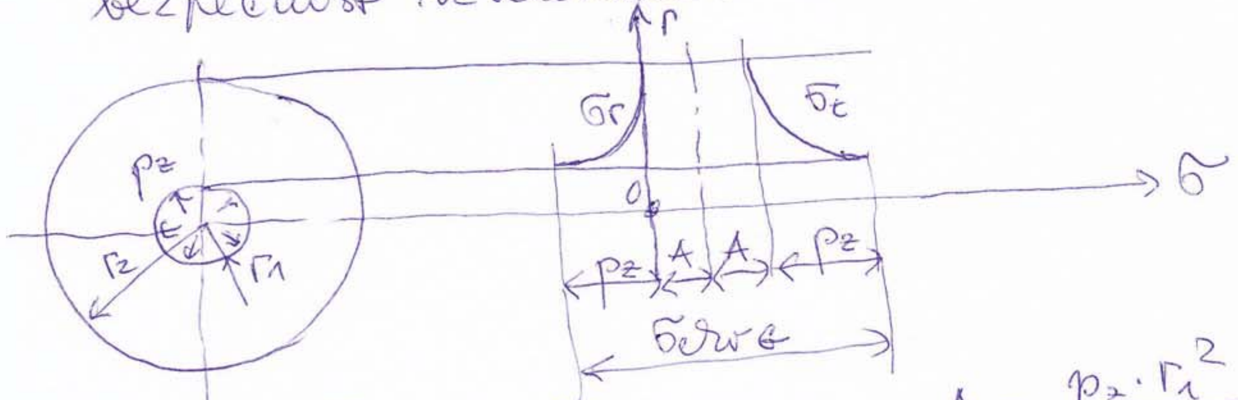
2) Trescova podmínka plasticity

$$\frac{\sigma_t - \sigma_r}{2} = \frac{\sigma_k}{2} \longrightarrow \text{dosadíme do podmínky rovnováhy}$$

$$-\sigma_k + r\frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \Rightarrow \sigma_r = \sigma_k \ln r + C$$

$$\Rightarrow \sigma_t = \sigma_k(1 + \ln r) + C$$

Tlaková nádoba $r_1 = 150\,mm$, $r_2 = 300\,mm$, $E = 2.10^5\,MPa$, $\nu = 0{,}3$, $\sigma_k = 450\,MPa$ je zatížena tlakem $p_z = 150\,MPa$, jaká je bezpečnost vzhledem k mezi kluzu?



$$A = \frac{p_z \cdot r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = 50\,MPa$$

$$n_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_{red}} = \frac{\sigma_k}{2(A + p_z)}$$

$$n_k = \frac{450}{400} = 1{,}125$$

První plastické deformace by vznikly na vnitřním okraji nádoby při tlaku p_1, který určíme z podmínky

$$2(A_1 + p_1) = \sigma_K \quad , \text{ kde } A_1 = \frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$p_1 = 168{,}75 \text{ MPa}$$

Při tomto tlaku p_1 ekvivalentní napětí na vnitřním okraji právě dosáhne meze kluzu, ale celý plášť nádoby je ještě v elastickém stavu.

Plastický stav v celém plášti nádoby by vznikl při tlaku p_{MEZ}, který určíme z okrajových podmínek $\sigma_r(r_1) = -p_{MEZ}$

$$\sigma_r(r_2) = 0$$

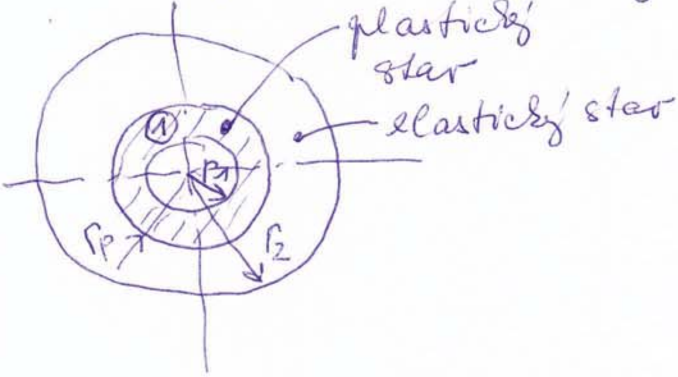
Za σ_r však musíme dosadit funkci $\sigma_r = \sigma_K \ln r + C$, která platí v plastickém stavu. Z druhé podmínky $C = -\sigma_K \ln r_2$ a tedy $\sigma_r = \sigma_K \ln \frac{r}{r_2}$ a $\sigma_t = \sigma_K \left(1 + \ln \frac{r}{r_2}\right)$

Mezný tlak určíme z první okrajové podm.

$$p_{MEZ} = -\sigma_K \ln \frac{r_1}{r_2} = 312 \text{ MPa}$$

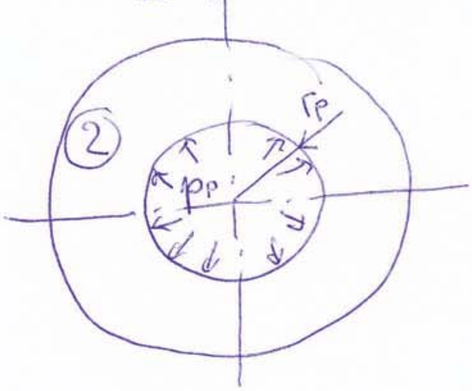
Autofretáž – procedura kdy tlaková nádoba je podrobena velkému vnitřnímu tlaku, který způsobí plastický stav ve vnitřní části nádoby. Důsledkem je tlakové obvodové zbytkové napětí na vnitřním okraji nádoby. Tato technika se užívá v případu válců vysokotlakých čerpadel, hlavní kanonů a u systémů pro vstřikování paliva dieselových motorů

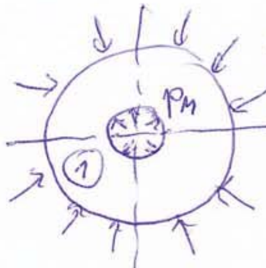
Příklad: pro danou nádobu určíme potřebný tlak p_M k rozšíření plastického stavu až na poloměr $r_p = 180$ mm, určíme zbytková napětí a napětí po zatížení provozním tlakem a bezpečnost nádoby.



Radiální napětí $\sigma_r(r_p)$, které vznikne při zatížení tlakem p_M na vnitřním poloměru, je rovno tlaku, který působí mezi elastickou a plastickou částí p_P

ELAST. ČÁST





PLASTICKÁ ČÁST

V elastické části 2 je na poloměru r_p ekvivalentní napětí právě rovno σ_K

$$2(A_E + p_P) = \sigma_K \Rightarrow p_P = 144\ \text{MPa}$$

$$A_E = \frac{p_P \cdot r_p^2}{r_2^2 - r_p^2}$$

V plastické části 1 je $\sigma_r = \sigma_K \ln r + C$

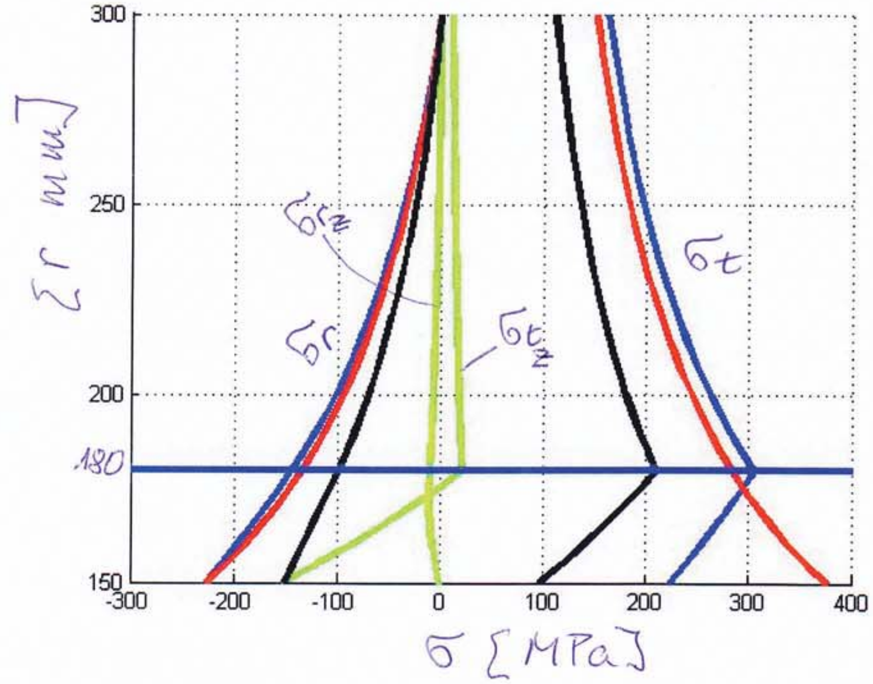
Okrajové podmínky $\sigma_r(r_1) = -p_M$ $\quad \sigma_r(r_p) = -p_P$

$$\sigma_K \ln r_p + C = -p_P \Rightarrow C = -(\sigma_K \ln r_p + p_P)$$

po dosazení $\sigma_r = \sigma_K \ln\frac{r}{r_p} - p_P$

z druhé podmínky $p_M = p_P - \sigma_K \cdot \ln\frac{r_1}{r_p} = 226\ \text{MPa}$

Grafy napětí



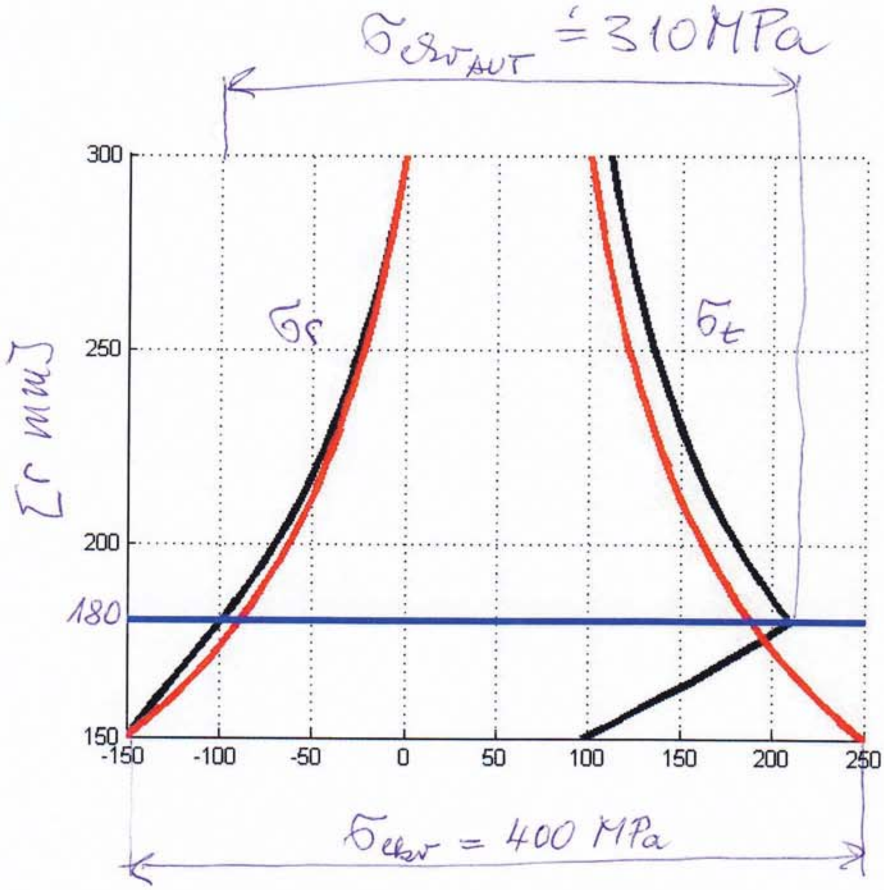
<u>modrá</u> – napětí v plast. stavu

<u>červená</u> – napětí elast odpovídající P_{plast}

<u>zelená</u> – zbytková napětí

<u>černá</u> – napětí po zatížení provoz. tlakem

Srovnání



černá – napětí po zatížení provozním tlakem po autofretáži

červená – napětí po zatížení provoz. tlakem bez autofret