

Nalisovaná silnostěnná nádoba

Optimální hodnota poloměru nalisování je (viz odvození z mého cvičení)

$$\text{In[2]:= } r_2 = \sqrt{r_1 r_3} ;$$

Předpokládám vnitřní tlak p_1 a vnější tlak 0. Únosnost nádoby pak je (viz odvození z mého cvičení)

$$\text{In[3]:= } p_1 = \frac{\sigma_D}{2} \left(2 - \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right)$$

$$\text{Out[3]= } \frac{1}{2} \left(2 - \frac{2 r_1}{r_3} \right) \sigma_D$$

Vnitřní nádoba musí být zatížena na maximum, z její pevnostní podmínky proto můžeme určit, jaký tlak p_2 musí být v nalisování

$$\text{In[4]:= } p_2 = p_2 / . \text{Solve} \left[p_1 - p_2 == \frac{\sigma_D}{2} \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right), p_2 \right] [[1]]$$

$$\text{Out[4]= } - \frac{(r_1 - r_3) \sigma_D}{2 r_3}$$

Nyní známe všechny tři tlaky (p_1, p_2, p_3) a můžeme určit konstanty A pro obě nádoby

$$\text{In[5]:= } A_I = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} ;$$

$$A_{II} = \frac{p_2 r_2^2 - p_3 r_3^2}{r_3^2 - r_2^2} ;$$

Pro výrobní přesah máme odvozený vztah (viz odvození z mého cvičení)

$$\text{In[7]:= } \Delta r_2 = \frac{2 r_2}{E} (A_{II} - A_I) // \text{Simplify}$$

$$\text{Out[7]= } \frac{r_1 (2 p_3 r_3^2 - (r_1 - r_3)^2 \sigma_D)}{E (r_1 - r_3) \sqrt{r_1 r_3}}$$

Konstanty B pro obě nádoby mají tvar

$$\text{In[8]:= } B_I = (p_1 - p_2) \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} ;$$

$$B_{II} = (p_2 - p_3) \frac{r_2^2 r_3^2}{r_3^2 - r_2^2} ;$$

Vztahy pro napětí ve vnitřní a vnější nádobě mají notoricky známé tvary

$$\text{In[10]:= } \sigma_{rI} = A_I - \frac{B_I}{x^2} ;$$

$$\sigma_{tI} = A_I + \frac{B_I}{x^2} ;$$

$$\sigma_{rII} = A_{II} - \frac{B_{II}}{x^2} ;$$

$$\sigma_{tII} = A_{II} + \frac{B_{II}}{x^2} ;$$

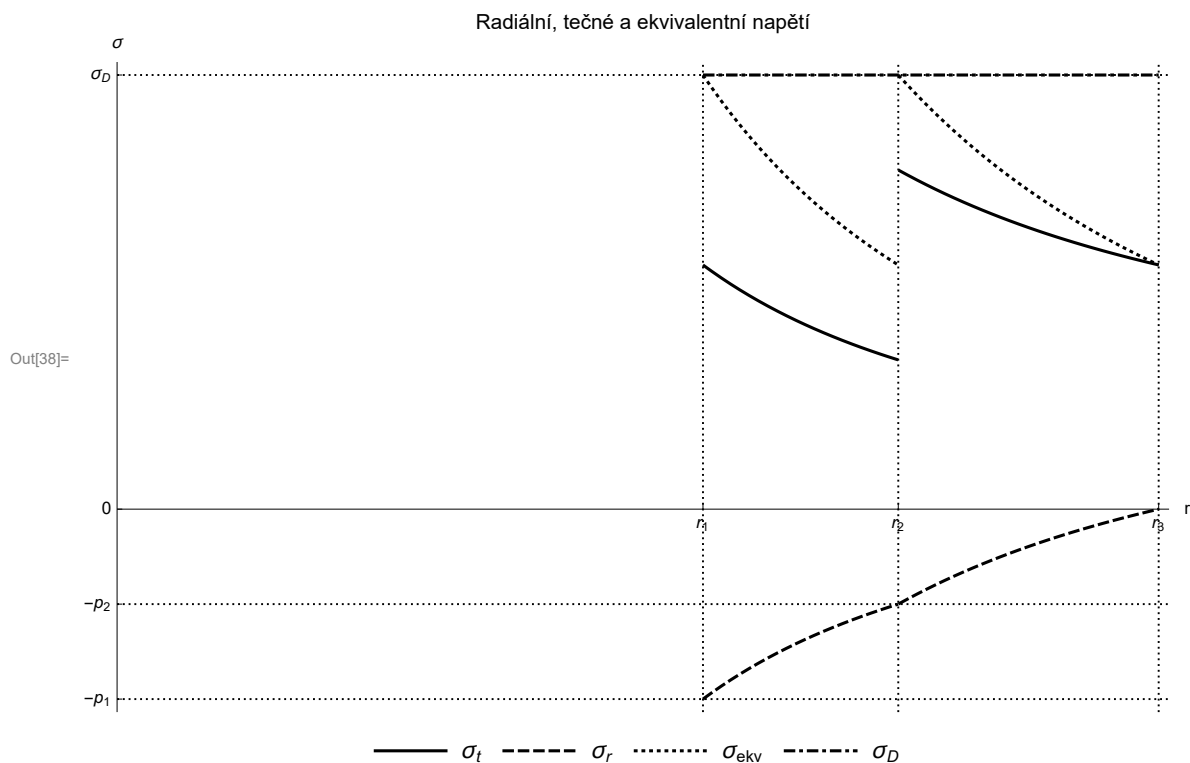
Shrneme vztahy do jediného zápisu, dosadíme čísla a určíme také ekvivalentní napětí, převedeme na MPa.

$$\text{In[14]:= } \text{cisl} = \{ r_1 \rightarrow 0.09, r_3 \rightarrow 0.16, \sigma_D \rightarrow 100 \times 10^6, p_3 \rightarrow 0 \} ;$$

$$\text{In[15]:= } \sigma_t = \frac{\begin{cases} \sigma_{tI} & r_1 \leq x \leq r_2 \\ \sigma_{tII} & r_1 < x \leq r_3 \end{cases}}{10^6} /. \text{cisla} // \text{Simplify};$$

$$\sigma_r = \frac{\begin{cases} \sigma_{rI} & r_1 \leq x \leq r_2 \\ \sigma_{rII} & r_1 < x \leq r_3 \end{cases}}{10^6} /. \text{cisla} // \text{Simplify};$$

$$\sigma_{ekv} = \sigma_t - \sigma_r;$$



Porovnáme nyní získaný průběh napětí s napětím, které by bylo ve stejně zatížené *nenaliso*vané nádobě stejných rozměrů.

Konstanty A a B pro takovou nádobu mají tvar

$$\text{In[19]:= } A = \frac{p_1 r_1^2 - p_3 r_3^2}{r_3^2 - r_1^2};$$

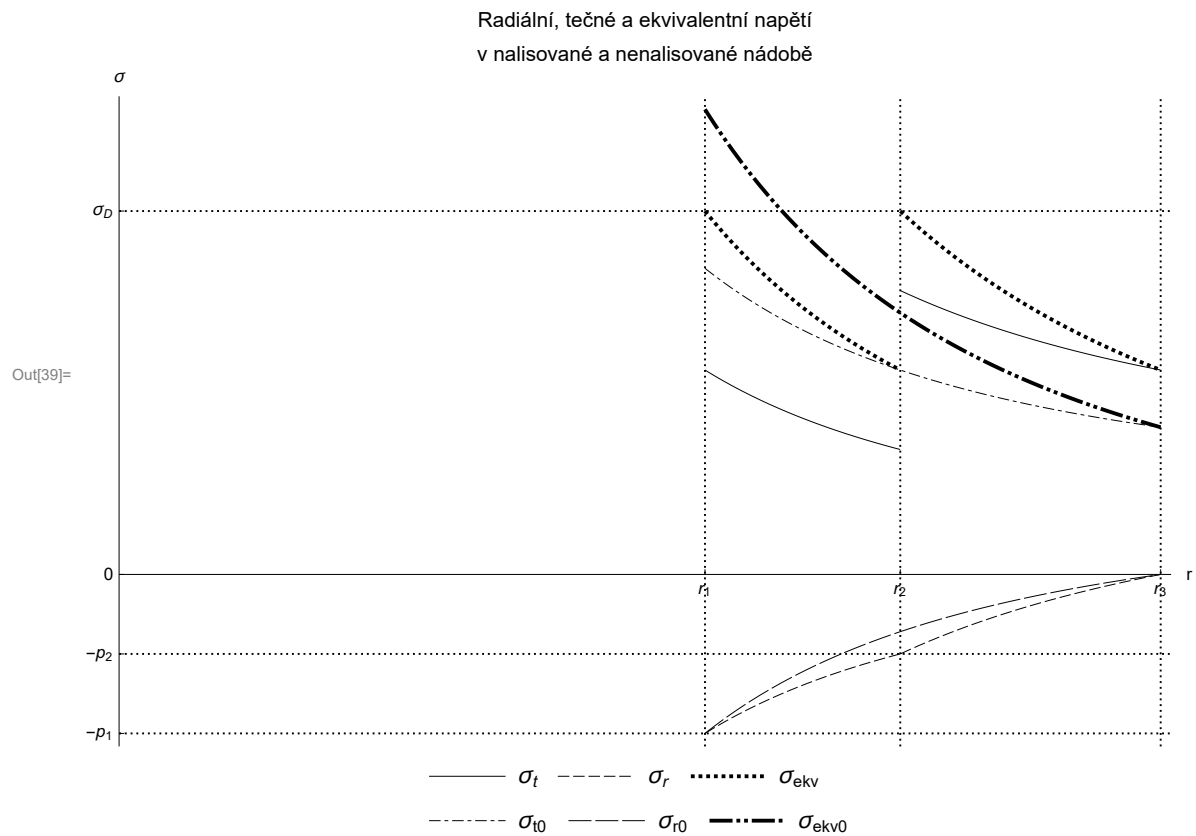
$$B = (p_1 - p_3) \frac{r_1^2 r_3^2}{r_3^2 - r_1^2};$$

Napětí v *nenaliso*vané nádobě označíme indexem 0 a platí pro ně obvyklé vztahy

$$\text{In[21]:= } \sigma_{r0} = A - \frac{B}{x^2};$$

$$\sigma_{t0} = A + \frac{B}{x^2};$$

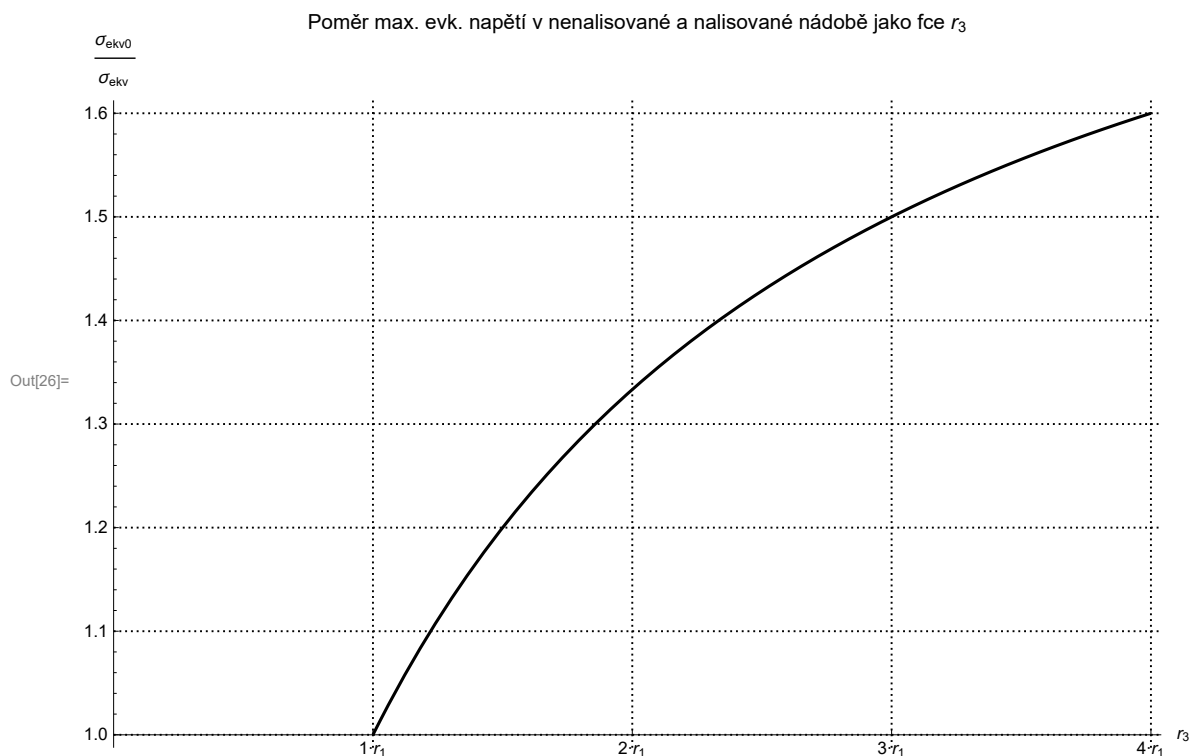
$$\sigma_{ekv0} = \sigma_{t0} - \sigma_{r0};$$



Podíváme se nyní na poměr maximálních ekvivalentních napětí v nádobě nenalisované a nalisované. V nalisované nádobě je ekvivalentní napětí rovno σ_D , tak je nádoba navržena, jmenovatel nemusíme tedy počítat.

In[25]:= **pomer** = $\frac{\sigma_{ekv0}}{\sigma_D}$ /. x $\rightarrow$ r₁ /. p₃ $\rightarrow$ 0 // Simplify

Out[25]= $\frac{2 r_3}{r_1 + r_3}$



Srovnáme nyní plochu průřezu stěnou (čili vlastně hmotnost) nenalisované a nalisované nádoby, které přenášejí stejný tlak.

Nejprve z pevnostní podmínky pro nenalisovanou nádobu určíme potřebný poloměr r_{30}

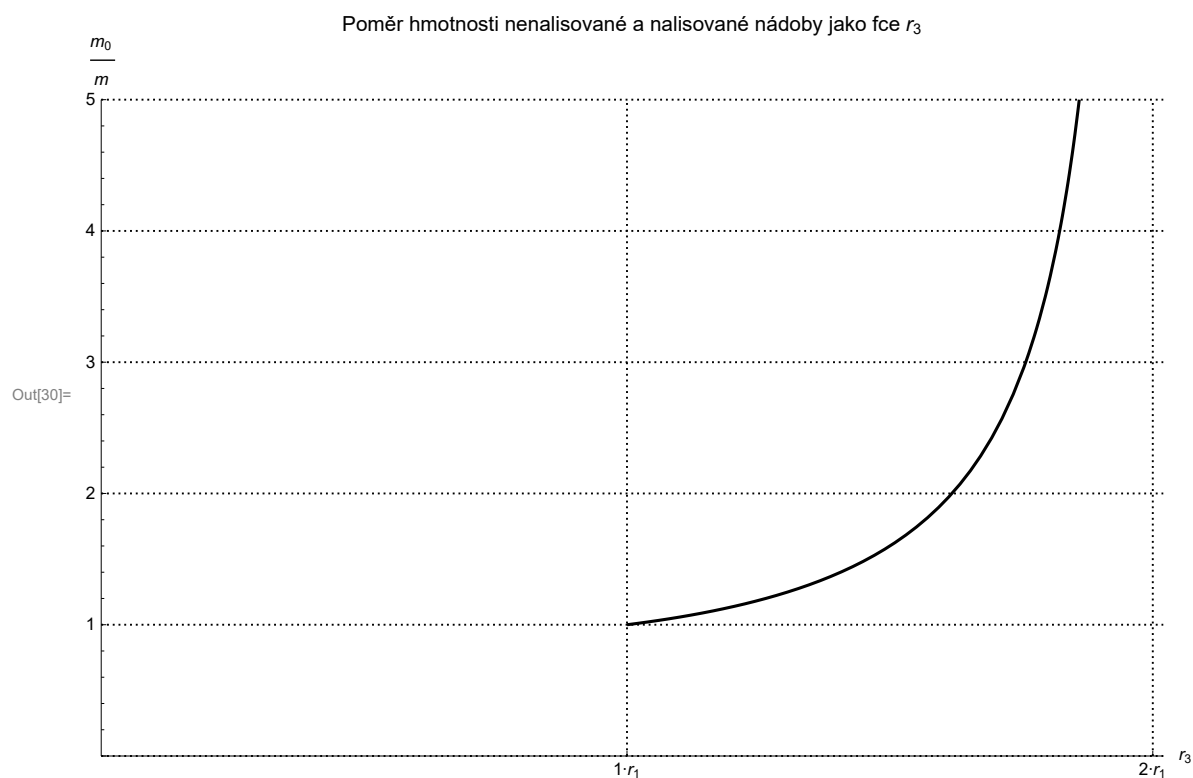
$$\text{In}[28]:= \text{r30} = \text{Solve}\left[p_1 = \frac{\sigma_D}{2} \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_{30}}\right)^2\right), r_{30}\right][[2]]$$

$$\text{Out}[28]= \left\{r_{30} \rightarrow \frac{r_1 \sqrt{\sigma_D}}{\sqrt{-2 p_1 + \sigma_D}}\right\}$$

Nyní spočítáme poměr plochy průřezu stěnou nenalisované a nalisované nádoby. Tento poměr by odpovídal poměru hmotností těchto nádob

$$\text{In}[31]:= \text{pomerPloch} = \frac{\pi (r_{30}^2 - r_1^2)}{\pi (r_3^2 - r_1^2)} /. \text{r30} /. p_1 \rightarrow p_1;$$

Na následujícím grafu vidíme, že pokud $r_3 = 2 r_1$, stoupá poměr nade všechny meze. To znamená, že už bychom nedokázali ani vyrobit nenalisovanou nádobu, která by vydržela přetlak přenášený nalisovanou nádobou.



Lépe je to vidět na převrácené hodnotě poměru, tedy na veličině $\frac{m}{m_0}$. Pro $r_3 = 2 r_1$ je tato hodnota nulová. To znamená, že nalisovaná nádoba má vzhledem k nenalisované nulovou hmotnost, čili nenalisovaná je “nekonečněkrát” těžší...

