Složený křivý prut v programu wxMaxima

0.1 Zadání

Křivý prut je tvořen dvěma částmi ve tvaru půlkružnice. Části jsou spojené kloubem a uložené a zatížené podle obrázku:

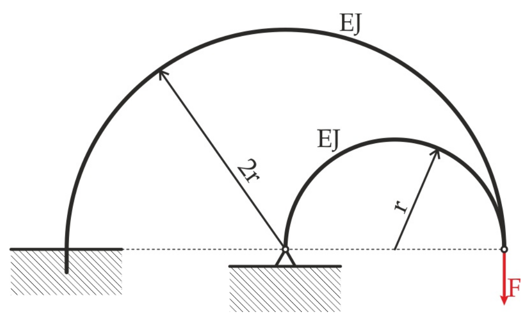

Figure 1: Zadání

0.2 Řešení

V kloubu si prut rozdělíme na dvě části, uvolníme, zakreslíme reakce a v místě řezu zavedeme vnitřní statické účinky, kterými na sebe obě části působí. Vzhledem k tomu, že jde o kloub, vnitřní moment zde bude nulový a tak ho ani nebudeme kreslit.

Rovnice rovnováhy pro obě části prutu mají tvar

```
-->  rr1 : RAx+H = 0$
     rr2 : RAy + V - F = 0$
     rr3 : MA + (V-F)*4*r = 0$

     rr4 : RBx - H = 0$
     rr5 : RBy - V = 0$
     rr6 : V *2*r = 0$
```

Stanovíme vnitřní statické účinky ve velkém oblouku. Protože ve výpočtu budeme pracovat jen s ohybovým momentem, omezím se zde pouze na výpočet této veličiny. Jako nezávislou proměnnou zvolím úhel φ měřený tak, jak je znázorněno na obrázku 3. Obdobně budeme postupovat u malého oblouku.

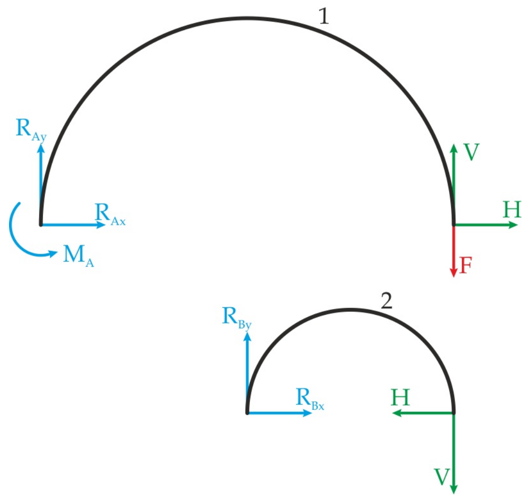

Figure 2: Prut rozdělený v kloubu na dvě části

Rozdíl zde bude jen v poloměru (r místo 2r), ve směrech sil V a H a v tom, že zde nebude síla F. Řez malým obloukem proto nekreslím.

Ohybové momenty v obou obloucích vycházejí takto:

–> M1 : (F-V)*2*r*(1-cos(φ)) -H*2*r*sin(φ)$
M2 : V*2*r*(1-cos(φ)) +H*r*sin(φ)$

Deformační energii získáme integrací po délce prutu. Protože nezávislá veličina je φ a její element dφ, tak elementy délky oblouků jsou 2rdφ a rdφ. Integrační meze jsou v obou případech 0 a π.

–> $U1 : integrate((M1^2)/(2*E*J)*2*r, \varphi, 0, \pi)\$$
$U2 : integrate((M2^2)/(2*E*J)*r, \varphi, 0, \pi)\$$

Vodorovný posuv obou spojených konců musí být shodný. U velkého oblouku se vodorovný posuv děje ve směru síly H, zatímco u malého oblouku se děje proti směru síly H, která na něj působí. Deformační rovnice proto má tvar

–> dr : diff(U1,H) = -diff(U2,H);

$$(dr) \quad \frac{r\cdot\left(16\cdot r^2\cdot V+4\cdot\pi\cdot r^2\cdot H-16\cdot r^2\cdot F\right)}{E\cdot J}=-\frac{r\cdot\left(8\cdot r^2\cdot V+\pi\cdot r^2\cdot H\right)}{2\cdot E\cdot J}$$

Nyní máme šest rovnic rovnováhy a jednu deformační rovnici pro pět neznámých reakcí a síly V a H. Soustavu vyřešíme:

–> reseni : solve([rr1,rr2,rr3,rr4,rr5,rr6,dr],[RAx,RAy,MA,RBx,RBy,V,H])[1];

$$(reseni) \; [RAx=-\frac{32\cdot F}{9\cdot\pi}, RAy=F, MA=4\cdot r\cdot F, RBx=\frac{32\cdot F}{9\cdot\pi}, RBy=0, V=0, H=\frac{32\cdot F}{9\cdot\pi}]$$

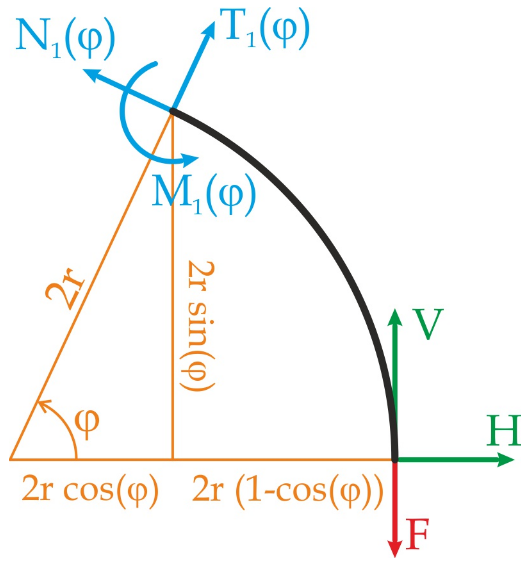

Figure 3: Řez velkým obloukem a vnitřní statické účinky

Vodorovný a svislý posuv působiště síly dostaneme např. jako derivace U1 podle sil H a V

–> u : diff(U1,H);
v : diff(U1,V);

$$(u) \quad \frac{r \cdot \left(16 \cdot r^2 \cdot V + 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot H - 16 \cdot r^2 \cdot F\right)}{E \cdot J}$$

$$(v) \quad \frac{r \cdot \left(12 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot V + 16 \cdot r^2 \cdot H - 12 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot F\right)}{E \cdot J}$$

do nichž teď dosadíme hodnoty sil H a V, které jsme získali řešením soustavy rovnic

–> ev(u,reseni);
ev(v,reseni);

$$(\%o15) \quad -\frac{16 \cdot r^3 \cdot F}{9 \cdot E \cdot J}$$

$$(\%o16) \quad \frac{r \cdot \left(\frac{512 \cdot r^2 \cdot F}{9 \cdot \pi} - 12 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot F\right)}{E \cdot J}$$