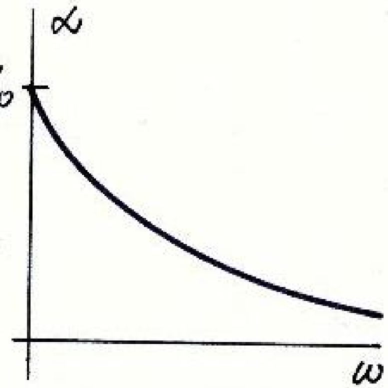
Příklad 6.3. Rotační pohyb.

Dáno:

- konstanty K, α_0;
- průběh úhl. zrychl. $\alpha(\omega) = \dfrac{K\alpha_0}{\alpha_0\omega + K}$
- počáteční podmínky $\varphi(0) = 0$, $t(0) = 0$.



Určit: závislosti $\varphi(\omega)$ a $t(\omega)$.

Polohový úhel φ vyřešíme ze základního vztahu

$$\alpha = \omega \frac{d\omega}{d\varphi},$$

který zapíšeme ve tvaru

$$d\varphi = \frac{\omega\, d\omega}{\alpha}.$$

Za α dosadíme danou závislost, takže

$$d\varphi = \frac{K + \alpha_0\omega}{K\alpha_0}\,\omega\, d\omega.$$

KIN-06-3.1

Integrujeme v korespondujících mezích

$$\int_0^{\varphi(\omega)} d\varphi = \frac{1}{K\alpha_0}\int_0^{\omega}(K + \alpha_0\omega)\,\omega\, d\omega$$

s výsledkem (po úpravě)

$$\varphi(\omega) = \frac{\omega^2}{K\alpha_0}\left(\frac{K}{2} + \frac{\alpha_0\omega}{3}\right).$$

Čas t jako funkci úhlové rychlosti ω vypočteme z definiční rovnice

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt},$$

kterou upravíme do tvaru

$$dt = \frac{d\omega}{\alpha},$$

dosadíme za α

$$dt = \frac{K + \alpha_0\omega}{K\alpha_0}\, d\omega$$

a integrujeme v sobě odpovídajících

mezi ch

$$\int_0^{t(\omega)} dt = \frac{1}{K\alpha_0} \int_0^{\omega} (K + \alpha_0 \omega)\, d\omega$$

s výsledkem (po úpravě)

$$t(\omega) = \omega \left(\frac{1}{\alpha_0} + \frac{\omega}{2K} \right).$$

Grafy funkcí