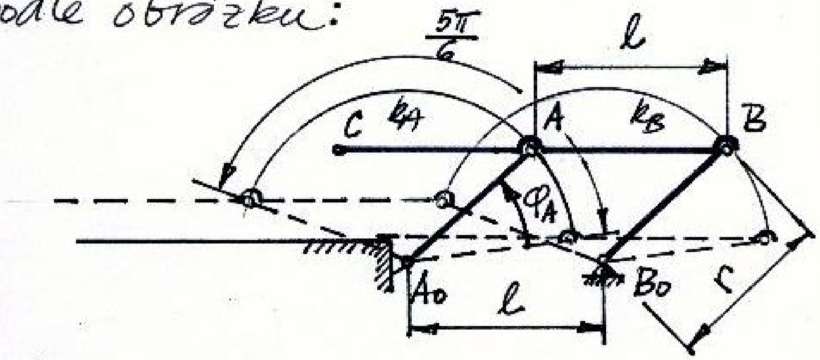
Příklad 6.2. Křivočarý posuvný pohyb ve 2D. Křídlo dveří autobusu koná při otvírání/zavírání posuvný pohyb křivočarý (po kružnici) díky instalaci paralelogramu $A_0ABB_0$ podle obrázku:




Dáno:

- délky $\overline{A_0B_0}=\overline{AB}=l$, $\overline{A_0A}=\overline{B_0B}=r$
- rozsah pohybu $0 \le \varphi_A \le \frac{5\pi}{6}$
- doba otvírání/zavírání $T$

Určit:

- závislost $\varphi_A(t)$ tak, aby byly splněny okrajové podmínky pro polohu

$$\varphi_A(0)=0, \quad \varphi_A(T)=\frac{5\pi}{6}$$

a pro rychlost

$$v_A(0)=v_A(T)=0,$$

- rychlost $v_A(t)$,
- složky $a_{At}(t)$, $a_{An}(t)$,
- kinematické veličiny bodů B a C.

Řešení. Protože jsou dány 4 okrajové podmínky, navrhneme průběh $\varphi_A(t)$ se čtyřmi volnými parametry, např. takto

$$\varphi_A(t)=a_3+a_2\frac{t}{T}+a_1\left(\frac{t}{T}\right)^2+a_0\left(\frac{t}{T}\right)^3$$

1. okrajová podmínka dává rovnici

$$\varphi_A(0)=a_3=0, \qquad (1)$$

2. okrajová podmínka dává rovnici

$$\varphi_A(T)=a_3+a_2+a_1+a_0=\frac{5\pi}{6}. \qquad (2)$$

Pro aplikaci 3. a 4. okrajové podm. je nutno vypočítat rychlost bodu A. Pro pohyb po kružnici o poloměru $r$

$$v_A = r\dot{\varphi}_A .$$

Vypočteme proto

$$\dot{\varphi}_A = \frac{a_2}{T} + \frac{2a_1}{T^2}t + \frac{3a_0}{T^3}t^2,$$

$$v_A = r\dot{\varphi}_A = r\left(\frac{a_2}{T} + \frac{2a_1}{T^2}t + \frac{3a_0}{T^3}t^2\right)$$

a aplikujeme 3. a 4. okrajovou podmínku

$$v_A(0) = \frac{ra_2}{T} = 0 \qquad (3)$$

$$v_A(T) = r\left(\frac{a_2}{T} + \frac{2a_1}{T} + \frac{3a_0}{T}\right) = 0. \qquad (4)$$

Z rovnic (1) a (3) vychází

$$a_3 = a_2 = 0$$

a rovnice (2) a (4) vytvářejí soustavu

$$a_1 + a_0 = \frac{5\pi}{6}$$
$$2a_1 + 3a_0 = 0 .$$

Tu řešíme např. Cramerovým pravidlem

$$a_1 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{5\pi}{6} & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}}{3-2} = \frac{5\pi}{2}$$

$$a_0 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \frac{5\pi}{6} \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{3-2} = -\frac{5\pi}{3} .$$

Závislost $\varphi_A(t)$ je tak

$$\varphi_A(t) = 5\pi\left(\frac{t}{T}\right)^2\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\left(\frac{t}{T}\right)\right].$$

Rychlost $v_A(t)$ po úpravě

$$v_A(t) = \frac{5\pi r}{T}\frac{t}{T}\left(1 - \frac{t}{T}\right).$$

Tečné složka zrychlení

$$a_{At}(t) = \frac{5\pi r}{T}\left[\frac{1}{T}\left(1 - \frac{t}{T}\right) + \frac{t}{T}\left(-\frac{1}{T}\right)\right]$$

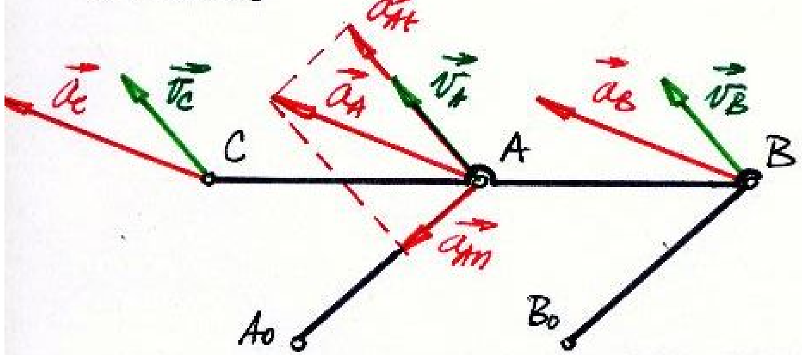
neboli po úpravě

$$a_{At} = \frac{5\pi r}{T^2}\left(1 - \frac{2t}{T}\right).$$

Normálná složka zrychlení

$$a_{An} = \frac{v_A^2}{r} = r\left(\frac{5\pi}{T}\right)^2\left(\frac{t}{T}\right)^2\left(1 - \frac{t}{T}\right)^2.$$

To byly absolutní hodnoty vektorů $\vec{v}_A$, $\vec{a}_{At}$, $\vec{a}_{An}$. Samotné vektory $\vec{v}_A$, $\vec{a}_{At}$ leží na tečně kružnice $k_A$, $\vec{a}_{An}$ na normále kružnice $k_A$ podle obrázku




Kinematické veličiny $\vec{v}_B$, $\vec{a}_B$ bodu B a $\vec{v}_C$, $\vec{a}_C$ bodu C jsou stejné jako $\vec{v}_A$, $\vec{a}_A$, protože jde o posuvný pohyb.