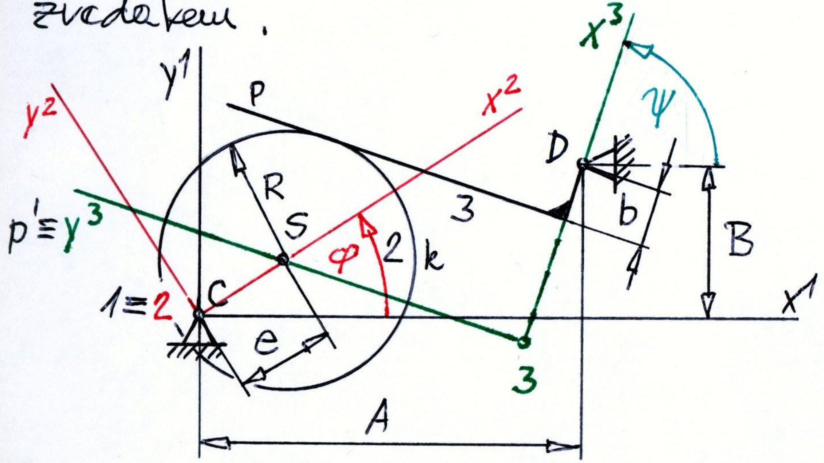
Příklad 12.2. Tříčlenný mechanismus s excentrem a plochým rotačním zvedákem.



Dáno: Rozměry A, B, R, e, b;

Určit: Zdvihovou závislost $\psi(\varphi)$, 1. převodovou funkci $\mu(\varphi)$, 2. převodovou funkci $\nu(\varphi)$.

Řešení:

1. Jednotlivým tělesům přiřadíme souřadnicové systémy: $(1, x^1, y^1)$ pro základní rám, $(2, x^2, y^2)$ pro excentr a $(3, x^3, y^3)$ pro rotační zvedák.
Při volbě posledního SS využíváme faktu, že ekvidistanta p' ve vzdálenosti R od p prochází vždy středem S kruhového excentru. Tím se nahradí vazba přímky p tělesa 3 na kružnici k tělesa 2 jednodušší vazbou přímky p' tělesa 3 na bod S tělesa 2.

2. Identifikujeme bod S jako vazební bod.

3. Vazební bod vložíme do transformačních rovnic pro těleso 2 a 3:

$$\mathbf{r}_S^1 = \mathbf{T}^{12}\mathbf{r}_S^2 = \mathbf{r}_3^1 + \mathbf{T}^{13}\mathbf{r}_S^3 = \mathbf{r}_S^1 \qquad (1)$$

Tím dostáváme základní rovnici mechanismu. Současně platí i

$$\mathbf{r}_D^1 = \mathbf{r}_3^1 + \mathbf{T}^{13}\mathbf{r}_D^3, \qquad (2)$$

takže vypočteme $\mathbf{r}_3^1$ z (2) a dosazením do (1) máme

$$\mathbf{T}^{12}\mathbf{r}_S^2 = \mathbf{r}_D^1 + \mathbf{T}^{13}(\mathbf{r}_S^3 - \mathbf{r}_D^3) \qquad (3)$$

4. Vazební rovnice mezi tělesy 2 a 3 má tvar

$$x_S^3 = 0 \qquad (4)$$

a představuje příslušnost bodu S k přímce p'.

5. Specifikujeme jednotlivé vektory a matice, přičemž již vezmeme v úvahu vazební podmínku (4).

$$\mathbb{r}_S^2 = \begin{bmatrix} e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{T}^{12} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{r}_D^1 = \begin{bmatrix} A \\ B \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbb{T}^{13} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{r}_S^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ y_S^3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{r}_D^3 = \begin{bmatrix} b+R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

6. Dosadíme do (3) a hned píšeme skalární rovnice odpovídající vektorové rovnici (3).

$$e\cos\varphi = A - (b+R)\cos\psi - y_S^3 \sin\psi \quad | \cdot \cos\psi \qquad (5)$$

$$e\sin\varphi = B - (b+R)\sin\psi + y_S^3 \cos\psi \quad | \cdot \sin\psi \qquad (6)$$

7. Ze soustavy (5), (6) vyloučíme nepodstatnou neznámou y_S^3 Gaussovou eliminací. Výsledkem je jedna rovnice pro neznámou ψ s parametrem φ.

$$e\cos\varphi\cos\psi + e\sin\varphi\sin\psi =$$

$$= A\cos\psi + B\sin\psi - (b+R).$$

Rovnici upravíme do tvaru úplné rovnice trigonometrické

$$(A - e\cos\varphi)\cos\psi + (B - e\sin\varphi)\sin\psi = b+R \qquad (7)$$

s řešením

$$\psi(\varphi) = \arcsin\frac{b+R}{\sqrt{(A-e\cos\varphi)^2 + (B-e\sin\varphi)^2}} - \operatorname{arctg}\frac{A-e\cos\varphi}{B-e\sin\varphi}. \qquad (8)$$

To již je hledaná <u>zdvihová závislost.</u>

8. <u>1. převodovou funkci</u> určíme implicitním derivováním rovnice (7) podle φ. Dostaneme

$$e\sin\varphi\cos\psi - (A - e\cos\varphi)\sin\psi\frac{d\psi}{d\varphi} - e\cos\varphi\sin\psi +$$
$$+ (B - e\sin\varphi)\cos\psi\frac{d\psi}{d\varphi} = 0$$

a po úpravě

$$e\sin(\varphi-\psi) = \left[A\sin\psi - B\cos\psi + e\sin(\varphi-\psi)\right]\frac{d\psi}{d\varphi}. \quad (9)$$

Odtud již 1. převodová funkce

$$\mu = \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{e\sin(\varphi-\psi)}{A\sin\psi - B\cos\psi + e\sin(\varphi-\psi)}$$

a. 2. převodovou funkci můžeme opět implicitním derivováním, tentokrát rovnice (9), kterou však nejprve přepíšeme do tvaru

$$e\sin(\varphi-\psi)\left(1-\frac{d\psi}{d\varphi}\right) = (A\sin\psi - B\cos\psi)\frac{d\psi}{d\varphi}.$$

Výsledek derivování je

$$e\cos(\varphi-\psi)\left(1-\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2 - e\sin(\varphi-\psi)\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} =$$
$$= (A\cos\psi + B\sin\psi)\left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2 + (A\sin\psi - B\cos\psi)\frac{d^2\psi}{d\varphi^2}$$

a nakonec

$$\nu = \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} = \frac{e\cos(\varphi-\psi)\left(1-\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2 - (A\cos\psi + B\sin\psi)\left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2}{A\sin\psi - B\cos\psi + e\sin(\varphi-\psi)},$$

přičemž za $d\psi/d\varphi$ na pravé straně dosazujeme μ.