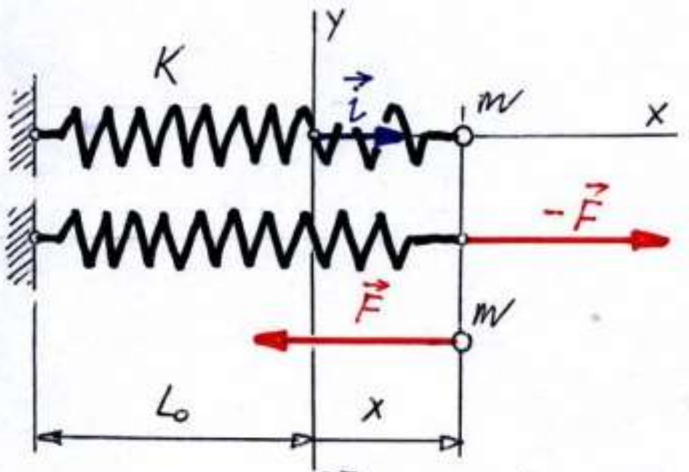
Příklad 5.3. Potenciální energie mechanické pružiny.

Válcová pružina s osou (např.) ve směru x zatěžuje připojený hmotný bod silou

$$\vec{F} = -Kx\vec{i},$$

kde K je konstanta tuhosti a x okamžitá deformace.



Rozhodněte, zda $\vec{F}$ je potenciální silové pole a v kladném případě určete potenciální energii.

V daném případě se jedná o silové pole

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j},$$

kde $\quad F_x = -Kx\,, \quad F_y = 0.$

Protože $\quad \dfrac{\partial F_x}{\partial y} = 0 = \dfrac{\partial F_y}{\partial x},$

takže pole splňuje podmínku potenciálnosti a je potenciální.

Potenciální energie je podle definice

$$V_2 - V_1 = V(\vec{r}_2) - V(\vec{r}_1) = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}\cdot d\vec{r}, \qquad (1)$$

přičemž "libovolná integrační křivka" může v tomto případě (1D) být jedině přímka mezi oběma body. Je tedy

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = -K\int_{x_1}^{x_2} x\,dx = -K\left(\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2}\right).$$

Dosazení do (1) dává

$$V_2 - V_1 = K\left(\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2}\right) = K\frac{x_2^2}{2} - K\frac{x_1^2}{2},$$

takže obecně

$$V(x) = K\frac{x^2}{2}.$$

Povšimněte si, že potenciální energie nezávisí v tomto případě na hmotnosti připojeného HB ani na volné délce pružiny.

Jaký výsledek dostaneme pro tlačnou pružinu?