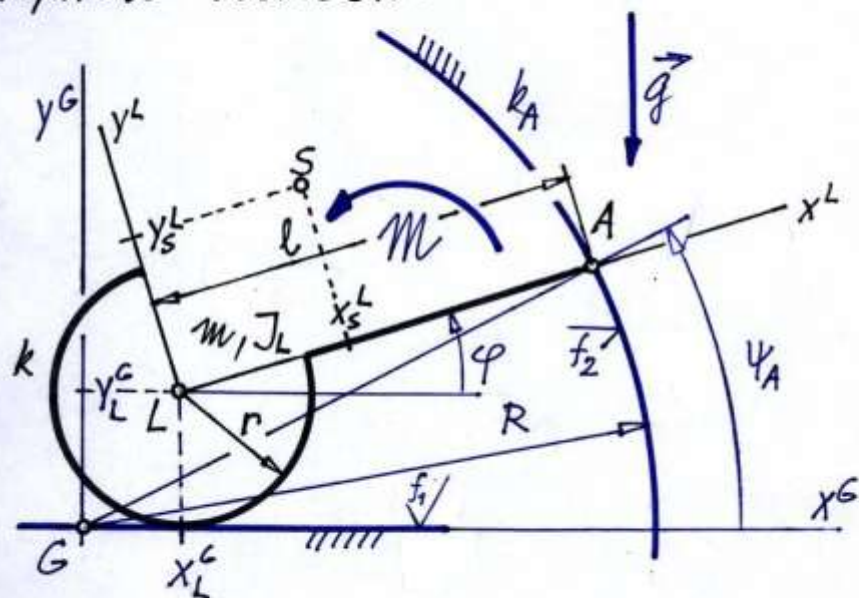


Příklad 11.1. Dynamika obecného rovinného pohybu tělesa s jedním stupněm volnosti.



Rovinné těleso reprezentované lokálním souřadnicovým systémem a svinutí kinematickými charakteristikami je podrobeno dvěma obecným vazbám: bod A tělesa sleduje předepsanou kruhovou trajektorii k_A a kuželice k tělesa mytí předepsanou

DTN-11-1.1

přímkovou obálku k_k . Těleso je zatíženo vlastní vahou a přídatnou silovou dvojicí.

Dáno: - rozměry R, r, l ;

- kinematické charakteristiky tělesa m, x_s^L, y_s^L a J_L ;

- koeficient sudého tření f_1 mezi k a k_k a f_2 mezi A a k_A ;

- silová dvojice M nebo rychlost v_A bodu A.

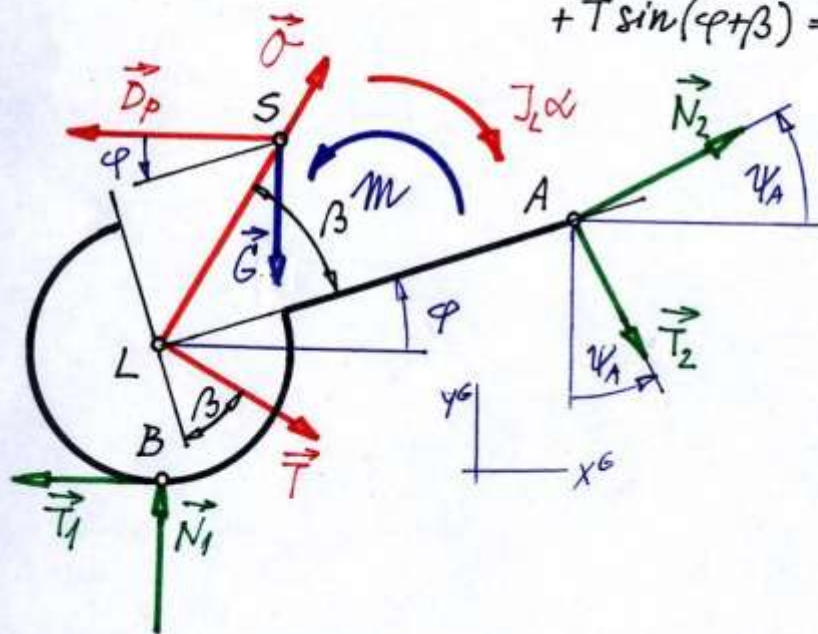
Úloha: Napsat kompletní soustavu rovnic pro dynamické řešení.

Řešení začíná určením tělesa

(viz delší strana). Modře jsou zakresleny aktér síly, zeleně reakční síly a červeně dynamické síly vlivu. Složkově rovnice dynamické rovnováhy napíšeme pro směr globálních sou-

řadičomých os x^G, y^G :

$$x^G: -T_1 + T_2 \sin \psi_A + N_2 \cos \psi_A - D_p + \sigma \cos(\varphi + \beta) + T \sin(\varphi + \beta) = 0 \quad (1)$$



$$y^G: -G + N_1 + N_2 \sin \psi_A - T_2 \cos \psi_A + \sigma \sin(\varphi + \beta) - T \cos(\varphi + \beta) = 0 \quad (2)$$

Momentovou rovnici dynamické rovnováhy napíšeme k lokálnímu počátku

$$\curvearrowleft: G(y_S^L \sin \varphi - x_S^L \cos \varphi) + M - T_1 r + N_2 l \sin(\psi_A - \varphi) - T_2 l \cos(\psi_A - \varphi) +$$

DYN-11-1.2

$$+ D_p(y_S^L \cos \varphi + x_S^L \sin \varphi) - J_L \alpha = 0. \quad (3)$$

Specifikace sil:

$$G = mg, \quad T_1 = f_1 N_1, \quad T_2 = f_2 N_2, \quad (4, 5, 6)$$

$$\sigma = m \omega^2, \quad T = m \epsilon \alpha, \quad D_p = m a_L. \quad (7, 8, 9)$$

Rovnice geometrické a kinematické:

$$\beta = \arctg \frac{y_S^L}{x_S^L}, \quad (10)$$

$$e = \sqrt{(x_S^L)^2 + (y_S^L)^2}, \quad (11)$$

$$a_L = \ddot{x}_L^G, \quad (12)$$

$$\omega = \dot{\varphi}, \quad \alpha = \dot{\omega}. \quad (13, 14)$$

Další kinematické rovnice dostaneme z maticové rovnice pro polohu.

$$r_A^G = r_L^G + \mathcal{J}^{GL} r_A^L$$

neboli

$$\begin{bmatrix} R \cos \psi_A \\ R \sin \psi_A \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_L^G \\ r \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Z toho

$$R \cos \psi_A = x_L^e + l \cos \varphi, \quad (15)$$

$$R \sin \psi_A = r + l \sin \varphi. \quad (16)$$

Inventura:

Neznámé jsou $G, T_1, T_2, N_2, D_p, \sigma, T, N_1, M,$
 $\psi_A, \varphi, \beta, \omega, \alpha, x_L^e, a_L, e$, tedy celkem
 17. Rovnic k dispozici je 16. Rozdíl 1
 odpovídá jednomu stupni volnosti
 tělesa.

Pro I. úlohu dynamiky představuje
 čtyřčlennou rovnici zadane v_A

$$v_A = R \dot{\psi}_A \Rightarrow \psi_A(t) = \psi_A(0) + \frac{v_A}{R} t \quad (17)$$

Pro II. úlohu dynamiky představuje
 čtyřčlennou rovnici zadane M
 $M = M(t). \quad (17')$