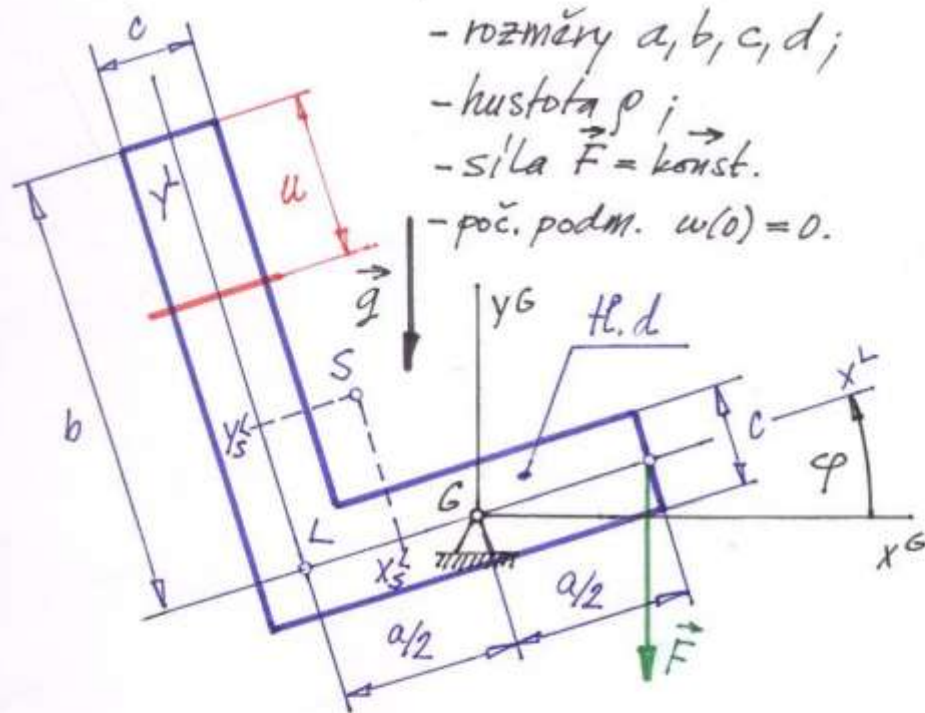


Příklad 12.1. Vnitřní dynamické silové účinky – rotační pohyb.

Těleso podle obrázku rotuje okolo dané osy pod účinkem vlastní tíhy a přídavné vnější síly. Dáno:



- rozměry a, b, c, d ;
- hustota ρ ;
- síla $\vec{F} = \text{konst.}$;
- poč. podm. $\omega(0) = 0$.

Určit:

- hmotnostní charakteristiky m, x_S^L, y_S^L, J_0 ;
- úhlové zrychlení α tělesa;

- úhlovou rychlost ω tělesa; **DYN-12-1.1**

- vnitřní silové účinky N, T, M_0 v daném řezu.

Řešení:

Hmotnostní charakteristiky daného tělesa jsou (vypočítejte !!):

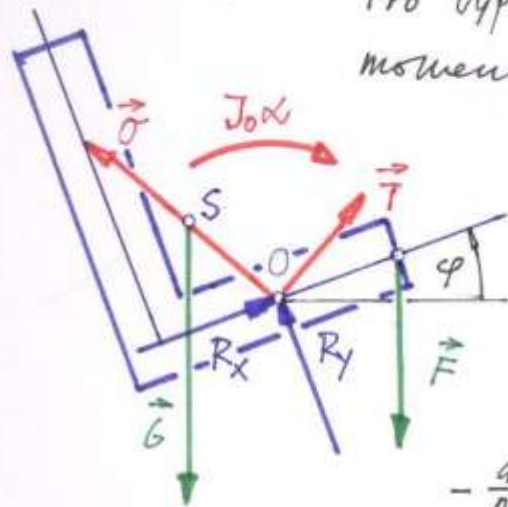
$$m = \rho(a+b)cd,$$

$$x_S^L = \frac{(4a^2 - c^2)}{8(a+b)},$$

$$y_S^L = \frac{(4b^2 - c^2)}{8(a+b)},$$

$$J_0 = \rho \frac{2a^3 + 6a^2b + 5ac^2 + 8b^3 + 2c^2b}{24} cd.$$

K dalšímu řešení potřebujeme těleso uvolnit. Avšak silové účinky jsou znázobny zeleon barvou, reakcí modrou a dynamické červenou.



Pro výpočet α a ω stačí momentová rovnice dynamické rovnováhy k bodu O.

$$\begin{aligned} \sum \vec{O}: & G y_S^L \sin \varphi + \\ & + G \left(\frac{a}{2} - x_S^L \right) \cos \varphi - \\ & - \frac{a}{2} F \cos \varphi - J_0 \alpha = 0. \end{aligned}$$

Dosadíme za $G = mg$ a vypočteme α

$$\alpha = \frac{mg}{J_0} y_S^L \sin \varphi + \left[\frac{mg}{J_0} \left(\frac{a}{2} - x_S^L \right) - \frac{F a}{J_0} \right] \cos \varphi.$$

Pro výpočet ω použijeme kinematický vztah

$$\alpha = \omega \frac{d\omega}{d\varphi} \quad ;$$

po separaci proměnných

$$\int_0^{\omega} \omega d\omega = \frac{mg}{J_0} y_S^L \int_0^{\varphi} \sin \varphi d\varphi + \left[\frac{mg}{J_0} \left(\frac{a}{2} - x_S^L \right) - \frac{F a}{J_0} \right] \int_0^{\varphi} \cos \varphi d\varphi$$

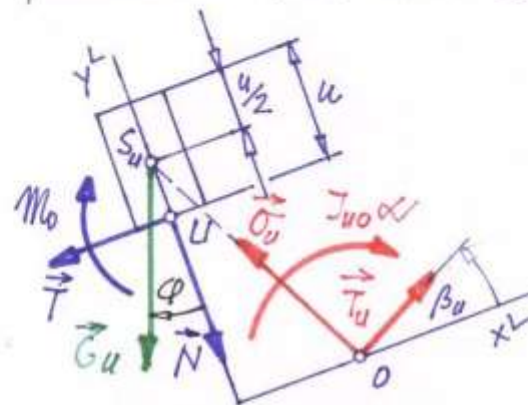
je výsledkem integrace

$$\frac{\omega^2}{2} = \frac{mg}{J_0} y_S^L (1 - \cos \varphi) + \left[\frac{mg}{J_0} \left(\frac{a}{2} - x_S^L \right) - \frac{F a}{J_0} \right] \sin \varphi,$$

takže

$$\omega = \sqrt{\frac{2mg}{J_0} y_S^L (1 - \cos \varphi) + 2 \left[\frac{mg}{J_0} \left(\frac{a}{2} - x_S^L \right) - \frac{a F}{2 J_0} \right] \sin \varphi}.$$

Pro výpočet vnitřních silových účinků provedeme uvolnění oříznuté části.



Složkově rovnice dynamické rovnováhy napíšeme ve směrech lokálních souřadnicových os x^L, y^L

Souřadnicové os x^L, y^L

$$x^L: -G_u \sin \varphi + T_u \cos \beta_u - \sigma_u \sin \beta_u - T = 0 \quad (1)$$

$$y^L: -G_u \cos \varphi + T_u \sin \beta_u + \sigma_u \cos \beta_u - N = 0 \quad (2)$$

a momentovou rovnici dynamickou

rovnováhu píšeme k bodu U v těžišti
umístěného řázu

$$\begin{aligned} \sum U: G_u \frac{u}{2} \sin \varphi + (T_u \cos \beta_u - \sigma_u \sin \beta_u)(b-u) - \\ - (T_u \sin \beta_u + \sigma_u \cos \beta_u) \frac{a}{2} - J_{u0} \alpha - M_0 = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

V rovnici se vyskytují členy ntažené
k odříznuté části. Specifikujeme je.

$$G_u = g m_u, \quad m_u = \rho c d u,$$

$$T_u = m_u \alpha e_u, \quad \sigma_u = m_u \omega^2 e_u,$$

$$e_u = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(b - \frac{u}{2}\right)^2},$$

$$\beta_u = \arctg \frac{a}{2b-u},$$

$$J_{u0} = \frac{m_u}{12} (c^2 + u^2) + m_u e_u^2.$$

DYN-12-1.3

Nakonec vnitřní síly vcičky vyjádřené
z rovnic (1), (2) a (3) jsou

posouvající síle

$$T = -G_u \sin \varphi + T_u \cos \beta_u - \sigma_u \sin \beta_u,$$

normální síle

$$N = -G_u \cos \varphi + T_u \sin \beta_u + \sigma_u \cos \beta_u$$

a ohybový moment

$$\begin{aligned} M_0 = G_u \frac{u}{2} \sin \varphi + (T_u \cos \beta_u - \sigma_u \sin \beta_u)(b-u) - \\ - (T_u \sin \beta_u + \sigma_u \cos \beta_u) \frac{a}{2} - J_{u0} \alpha. \end{aligned}$$