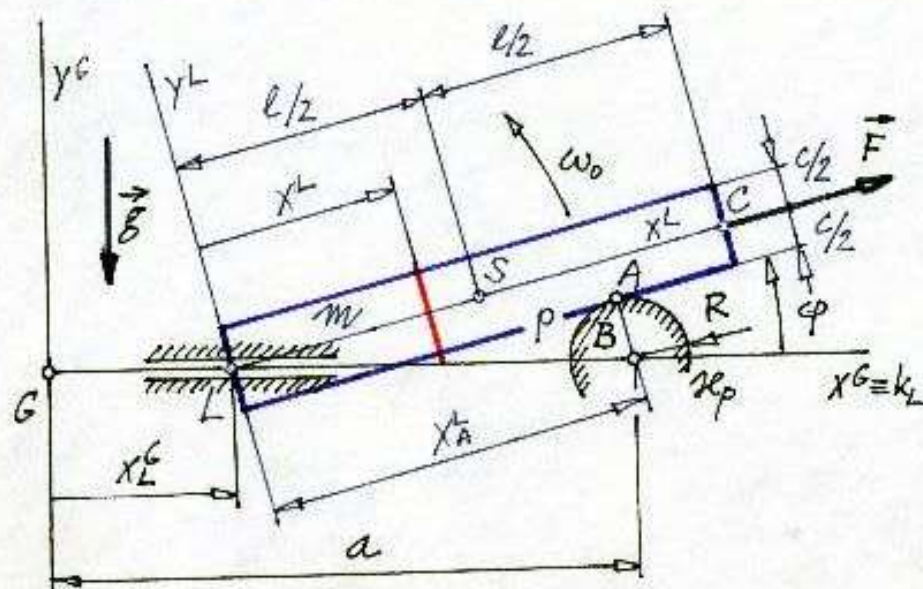


Příklad 12.2. Vnitřní dynamické sílové účinky – obecný rovinný pohyb.

Těleso podrobené dvojnásobnému dokonalému obecnému vztažnému podle obrázku se pod účinkem síly $\vec{F}$ a přídavné mějící síly pohybuje zadanou konstantní úhlovou rychlostí.



Dáno: – hmotnost m tělesa;
– rozměry l, c tělesa;
– rozměry a, R základního rámu;

DYN-12-2.1

– úhlová rychlost $\omega = \omega_0 = \text{konst}$ obecného rovinného pohybu tělesa;

Určit: – závislost $F(\varphi)$ síly F na poloze φ tělesa;

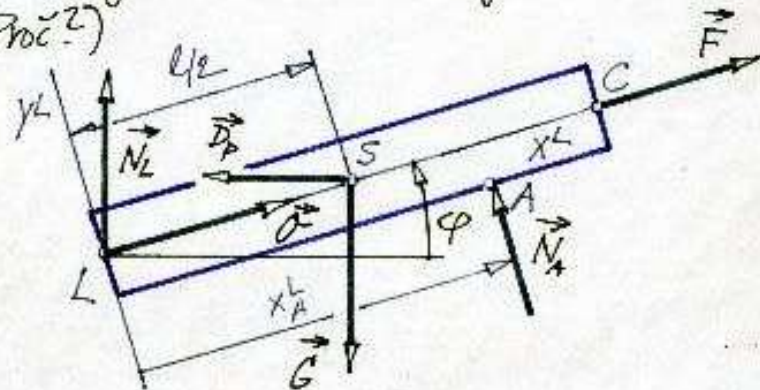
– vnitřní sílové účinky N, T, M_0 v závislosti na poloze x^L uvažovaného rámu, $0 < x^L < l$.

Řešení:

Závislost $F(\varphi)$ budeme uvažovat řešením

I. úlohy dynamiky pro celé těleso.

Začneme uročněním, přičemž ve shodě se zadáním uvažujeme těleso sílu dynamickou a dynamický moment. (Proč?)



Rovnice dynamické rovnováhy pro směry

x^L, y^L a počátek L lokálního SS jera

$$x^L: -G \sin \varphi + F + N_L \sin \varphi + \sigma - D_p \cos \varphi = 0, \quad (1)$$

$$y^L: -G \cos \varphi + N_L \cos \varphi + N_A + D_p \sin \varphi = 0, \quad (2)$$

$$\zeta^L: -G \frac{l}{2} \cos \varphi + N_A x_A^L + D_p \frac{l}{2} \sin \varphi = 0. \quad (3)$$

Dále specifikujeme síly

$$G = mg, \quad \sigma = m \frac{l}{2} \omega_0^2, \quad D_p = m a_L \quad (4, 5, 6)$$

a přidáme rovnice kinematiky.

Transformační rovnice přímo pro bod B

$$\text{ia} \quad \mathbf{r}_B^L = \mathbf{r}_L^L + \sqrt{l} \mathbf{G}_L \mathbf{r}_B^L$$

resp.

$$\begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_A^L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A^L \\ -(R + \frac{c}{2}) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Va složkách

$$a = x_A^L + x_A^L \cos \varphi + (R + \frac{c}{2}) \sin \varphi, \quad (7)$$

$$\text{BN-12-2.2} \quad (8)$$

$$l = x_A^L \sin \varphi - (R + \frac{c}{2}) \cos \varphi.$$

Protože $\omega = \omega_0 = \text{konst}$, můžeme dále kinematické rovnice napsat jako

$$v_L = \frac{dx_A^L}{d\varphi} \omega_0, \quad a_L = \frac{dv_L}{d\varphi} \omega_0. \quad (9, 10)$$

Inventura: Pro proměnné $G, \varphi, F, N_L, \sigma, D_p, N_A, x_A^L, x_L^L, v_L, a_L$ (celkem 11) máme 10 rovnic. 10 neznámých tedy mjde jako funkce 11. proměnné – nezávisle proměnné φ .

Rozsah začneme kinematikou. Z rovnice (7)

a (8) vypočteme

$$x_A^L = (R + \frac{c}{2}) \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}, \quad x_L^L = a - \frac{R + \frac{c}{2}}{\sin \varphi}.$$

Potom x_L^L dvakrát derivujeme podle (10)

a (11) s následkem

$$a_L = - (R + \frac{c}{2}) \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \omega_0^2. \quad (11)$$

Nyní dosadíme do (6) a dále do (1) až (3).

Dostaneme soustavu

$$F + N_L \sin \varphi = m \left\{ g \sin \varphi - \left[\frac{l}{2} + \left(R + \frac{c}{2} \right) \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \cos \varphi \right] \omega_0^2 \right\},$$

$$N_L \cos \varphi + N_A = m \left[g \cos \varphi + \left(R + \frac{c}{2} \right) \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \omega_0^2 \right],$$

$$N_A \left(R + \frac{c}{2} \right) \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} = m \frac{l}{2} \left[g \cos \varphi + \left(R + \frac{c}{2} \right) \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \omega_0^2 \right].$$

Její řešení je

$$N_A = m \frac{l}{2} \left[\frac{g \sin \varphi}{R + \frac{c}{2}} + \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\sin \varphi \cos \varphi} \omega_0^2 \right],$$

$$N_L = m \left\{ g + \left(R + \frac{c}{2} \right) \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \omega_0^2 - \right. \\ \left. - \frac{l}{2} \left[\frac{g \sin \varphi}{\left(R + \frac{c}{2} \right) \cos \varphi} + \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\sin \varphi \cos^3 \varphi} \omega_0^2 \right] \right\},$$

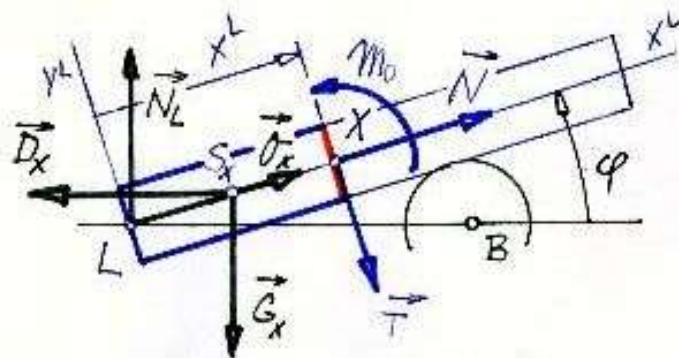
$$F = m \left\{ g \sin \varphi - \left[\frac{l}{2} + \left(R + \frac{c}{2} \right) \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \cos \varphi \right] \omega_0^2 - \right. \\ \left. - g \sin \varphi - \left(R + \frac{c}{2} \right) \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \omega_0^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{l}{2} \left[\frac{g \sin \varphi}{\left(R + \frac{c}{2} \right) \cos \varphi} + \frac{1 + \cos^2 \varphi}{\cos^3 \varphi} \omega_0^2 \right] \right\}. \quad \text{DYN-12-2.3}$$

Tepre nyní můžeme přistoupit k řešení mitruich silových účinků.

Pro každou hodnotu φ má řešení 2 kroky: pro myšlený řez vedený v místě $x^L < x_A^L$ budeme řešit dynamickou rovnici části vlevo od řezu a pro $x^L > x_A^L$ dynamickou rovnici části vpravo od řezu (proč?).

Uvolnění pro $x^L < x_A^L$:



Rovnice dynamické rovnováhy odříznuté části:

$$x^L: -G_x \sin \varphi + N_L \sin \varphi - D_x \cos \varphi + D_x + N = 0$$

$$y^L: -G_x \cos \varphi + N_L \cos \varphi + D_x \sin \varphi - T = 0$$

$$\bar{X}: \frac{x^L}{2} (G_x \cos \varphi - D_x \sin \varphi) - N_L x^L \cos \varphi + M_0 = 0$$

Specifikace sil pro odříznutou část

$$G_x = \frac{m}{L} x^L g, \quad D_x = \frac{m}{L} x^L a_L, \quad \sigma_x = \frac{m}{L} x^L \frac{x^L}{2} \omega_0^2.$$

Výpočet

$$N = \left(\frac{m}{L} x^L g - N_L \right) \sin \varphi + \frac{m}{L} x^L a_L \cos \varphi - \frac{m}{2L} (x^L)^2 \omega_0^2,$$

$$T = \left(N_L - \frac{m}{L} x^L g \right) \cos \varphi + \frac{m}{L} x^L a_L \sin \varphi$$

$$M_0 = \left(N_L - \frac{m}{2L} g x^L \right) x^L \cos \varphi + \frac{m}{2L} (x^L)^2 a_L \sin \varphi.$$

BYN-12-2.4

Řešení pro $x^L > x_A^L$ provedte sami!