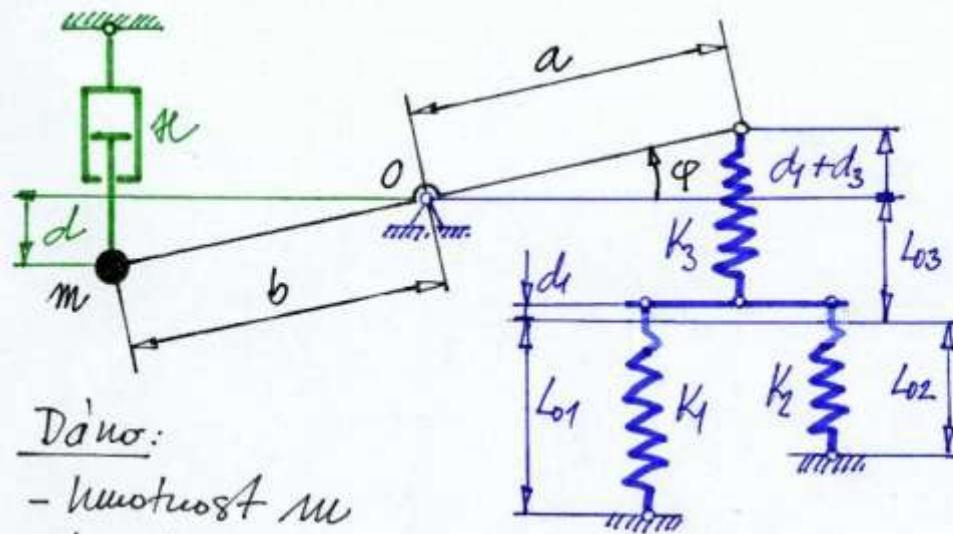


Příklad 14.1. Kmitání rotujícího tělesa.

Nekmitavě rotující uložené těleso nese kmitavý bod. Jeho pohyb je určen soustavou pružin a tlumičem, připojenými podle obrázku.



Dáno:

- hmotnost m kmitavého bodu;
- délky a, b ramen;
- volné délky L_{01}, L_{02}, L_{03} a konstanty tuhosti K_1, K_2, K_3 pružin;
- konstanta tlumiče x ;

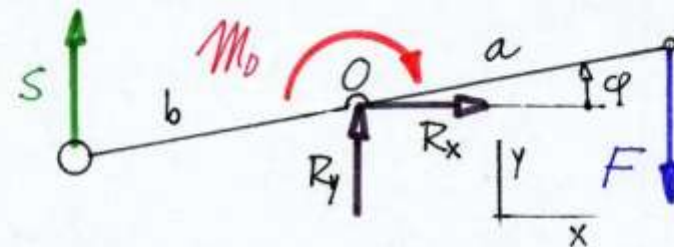
DYN-14-1.1

Určete:

- hlavní pohybovou rovnici;
 - oblastí frekvenci Ω_0 netlumených kmitů;
 - tlumící frekvenci N ;
 - poměrný útlum δ ,
- za předpokladu "malých" vychylek $-5^\circ \leq \varphi \leq 5^\circ$.

Řešení:

začtvo uvolněným tělesem.



Rovnice dynamické rovnováhy jsou

$$x: R_x = 0, \quad (1)$$

$$y: R_y + S - F = 0, \quad (2)$$

$$\vec{O}: S b \cos \varphi + F a \cos \varphi + M_b = 0. \quad (3)$$

Specifikovat můžeme silové vstupy

$$S = x \dot{d}, \quad (4)$$

$$F = K(d_1 + d_3), \quad (5)$$

$$M_0 = J_0 \alpha = m b^2 \alpha, \quad (6)$$

přičemž K je konstanta tuhosti celé soustavy pružin. V soustavě jsou dvě pružiny paralelně; její ekvivalentní tuhost je $K_2 = K_1 + K_3$.

Pro sériové vřetevi K_2 a K_3 pak platí

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} = \frac{1}{K_1 + K_2} + \frac{1}{K_3},$$

$$\text{takže } K = \frac{(K_1 + K_2) K_3}{K_1 + K_2 + K_3}. \quad (7)$$

Kivemahzler rovnice jsou

$$d_1 + d_3 = a \sin \varphi, \quad (8)$$

$$d = b \sin \varphi, \quad (9)$$

$$\dot{d} = b \cos \varphi \dot{\varphi}, \quad (10)$$

$$\alpha = \ddot{\varphi}. \quad (11)$$

Dosaďme-li uhyb do (3) dostáváme

$$x b^2 \cos^2 \varphi \ddot{\varphi} + K a^2 \sin \varphi \cos \varphi + m b^2 \ddot{\varphi} = 0.$$

Pro malé výchylky $-5^\circ \leq \varphi \leq 5^\circ$ je

$$\cos \varphi \doteq 1, \quad \sin \varphi \doteq \varphi, \quad \text{takže}$$

$$m b^2 \ddot{\varphi} + x b^2 \dot{\varphi} + K a^2 \varphi = 0$$

je finální tvar klasické pruž. rovnice.

Upravou

$$\ddot{\varphi} + \frac{x}{m} \dot{\varphi} + \frac{K(a/b)^2}{m} \varphi = 0$$

a srovnáním se standardním tvarem

$$\ddot{x} + 2N\dot{x} + \Omega_0^2 x = 0$$

Dostáváme

$$N = \frac{x}{2m}, \quad \Omega_0 = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{K}{m}}, \quad \delta = \frac{N}{\Omega_0}.$$