

Příklad 4.1. Pohyb HB v rovině, vázaný na křivku.

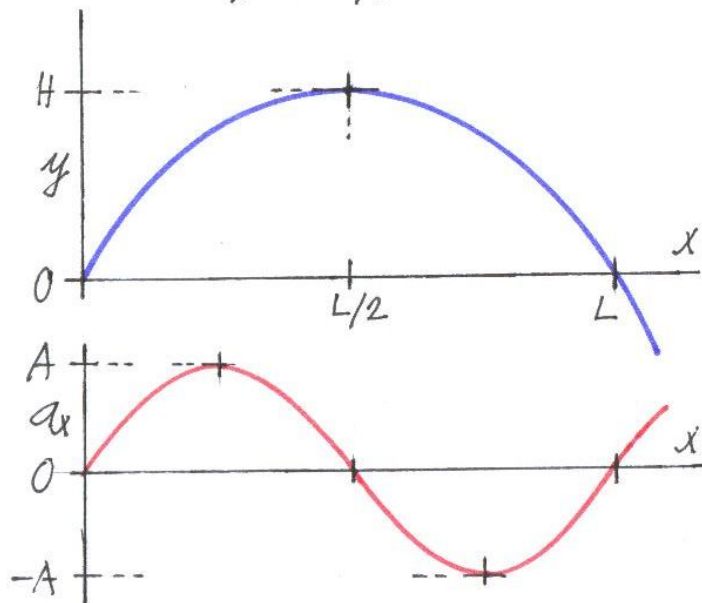
Dáno: konstanty H, L, A ;

trajektorie HB $y = 4H \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right)$;

x -ová složka zrychlení jako funkce x

$$a_x = A \sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right);$$

a počáteční podmínka pro x -ovou složku rychlosti $v_x(0) = v_{x0}$.



KIN-04-1.1

Učít: $v_x(x), v_y(x); a_y(x)$;

x -ovou složku rychlosti máme integrací x -ové složky zrychlení. Protože uvažujeme proměnnou je x , použijeme základního vzorce

$$a_x = v_x \frac{dv_x}{dx}$$

v separované formě

$$v_x dv_x = a_x dx.$$

Dosadíme za a_x a integrujeme v uvažované si odpovídající mezích

$$\int_{v_{x0}}^{v_x(x)} v_x dv_x = A \int_0^x \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right) dx.$$

Výsledek integrace je

$$\left[\frac{v_x^2}{2} \right]_{v_{x0}}^{v_x(x)} = \frac{AL}{2\pi} \left[-\cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right) \right]_0^x.$$

takže

$$v_x^2(x) = v_{x0}^2 + \frac{AL}{\pi} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right) \right],$$

neboli

$$v_x(x) = \sqrt{v_{x0}^2 + \frac{AL}{\pi} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right) \right]}.$$

Pro každou polohu x
platí

$$\frac{v_y}{v_x} = \tan \varphi,$$

přičemž pro úhel φ
platí současně

$$\tan \varphi = \frac{dy}{dx}.$$

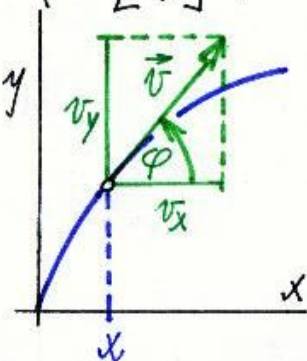
V daném případě je tedy

$$\tan \varphi = \frac{dy}{dx} = 4 \frac{H}{L} \left(1 - \frac{2x}{L} \right),$$

neboli

$$v_y = v_x \tan \varphi = v_x 4 \frac{H}{L} \left(1 - \frac{2x}{L} \right).$$

Po dosazení za v_x je



KIN-04-1.2

$$v_y = 4 \frac{H}{L} \sqrt{v_{x0}^2 + \frac{AL}{\pi} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right) \right]} \left(1 - \frac{2x}{L} \right).$$

Pro určení y -ové složky zrychlení
porůjme definici v úpravě

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} \cdot \frac{dx}{dx} = v_x \frac{dv_y}{dx}.$$

V našem případě je

$$\frac{dv_y}{dx} = \frac{4H}{L} \left\{ \frac{\frac{AL}{\pi} \frac{dx}{dx} \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right)}{\sqrt{v_{x0}^2 + \frac{AL}{\pi} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right) \right]}} \left(1 - \frac{2x}{L} \right) + \right.$$

$$\left. + \sqrt{v_{x0}^2 + \frac{AL}{\pi} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right) \right]} \left(-\frac{2}{L} \right) \right\},$$

takže po vynásobení v_x je

$$a_y = \frac{4H}{L} \left\{ A \left(1 - \frac{2x}{L} \right) \sin\left(2\pi \frac{x}{L}\right) - \frac{2v_{x0}^2}{L} - \right.$$

$$\left. - \frac{2A}{\pi} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right) \right] \right\}.$$